



UFR 2
SCIENCES ECONOMIQUES


ADMISSIONS
PARALLÈLES
CARTESIA EDUCATION

ANNALES DE SUJET D'EXAMEN

L I C E N C E
I I I
S E M E S T R E 5

Liste de conseils pour tout savoir sur vos partiels

Nous vous avons concocté une liste de conseils pour tout savoir sur vos partiels :

- Vérifier la salle d'examen sur la convocation.
- Regarder si vous avez un placement attribué.
- Vérifier que vous avez bien votre carte d'étudiant ou une pièce d'identité.
- Vous renseigner sur les documents/ appareils autorisés lors de l'épreuve (calculatrice, dictionnaire pour les étudiants étrangers, ect).

Ⓞ Lors de l'examen :

L'anonymat des copies vous est garanti pour chaque épreuve écrite. Les copies doivent être anonymes : soit via un coin à rabattre, soit via un code barre.

Tiers-temps : ceux d'entre vous en ayant fait la demande au préalable doivent se rendre dans la salle indiquée sur leur convocation, salle qui réunit toutes les personnes bénéficiant de temps supplémentaire.

Si vous êtes en retard à une épreuve, vous ne pouvez pas vous voir refuser l'accès à la salle d'examen avant que *le premier tiers du temps de l'épreuve ne soit écoulé*. Mieux vaut partir en avance, surtout si votre centre d'examen est hors de Paris.

La sortie est autorisée au bout d'une heure.

L'usage du téléphone portable est interdit, celui-ci doit être rangé et *éteint*. La possession d'un appareil électronique (smartphone, MP3, autre), constitue un soupçon de fraude, même si vous ne l'utilisez pas.

Ⓞ En cas de suspicion de fraude :

Le droit de finir votre épreuve ne peut pas vous être retiré. C'est essentiel, si vous n'êtes pas reconnu coupable de fraude, votre épreuve sera notée comme tout le monde et cette note figurera à votre dossier universitaire.

Bien entendu, mieux vaut ne pas tricher. Cependant, si vous vous trouvez suspecté e fraude (chose qui peut arriver), n'hésitez pas à nous joindre au plus vite à l'adresse representation.fedeparis1@gmail.com afin que nous vous assistons pendant ka procédure disciplinaire qui s'ensuivra.

En cas de question, d'incident ou d'irrégularité dans le déroulement de vos examens, n'hésitez pas à contacter vous élus UFR ADES Sorbonne ou Fédé Paris 1 – Panthéon Sorbonne.

Bon courage et à très vite !

L'ADES

SOMMAIRE :

I.	Banques et marchés.....	P4
II.	Relations monétaires internationales.....	P.7
III.	Statistiques appliquées	P.28

Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
EXAMEN ANNÉE 2017-2018
Janvier 2018

Licence de Sciences Économiques (L3)
Banques et marchés
Jézabel Couppey-Soubeyran
Durée : 2 heures

IMPORTANT

- Note /20. Chaque question est notée sur 5 points.
 - Rédigez vos réponses en bon français (évitez le style télégraphique et les abréviations) et soignez la présentation. Une très mauvaise orthographe sera pénalisée. Les étudiants étrangers peuvent l'indiquer sur la copie.
 - Les calculatrices et les téléphones portables sont strictement interdits.
-

INTERMÉDIATION FINANCIÈRE

Question 1 : Le développement des marchés a-t-il réduit l'activité des banques au cours des dernières décennies ?

FINANCEMENT DE L'ÉCONOMIE ET SYSTÈMES FINANCIERS

Question 2 : La finance est-elle un moteur inépuisable de la croissance ? Vous expliquerez quels sont les résultats des études économiques à ce sujet et s'il existe un consensus.

INSTABILITÉ FINANCIÈRE

Question 3 : Les crises financières sont-elles des chocs exogènes ?

RÉGULATION FINANCIÈRE

Question 4 : Avantages et limites des règles micro-prudentielles.

Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
EXAMEN ANNÉE 2017-2018
Seconde session - Juin 2018

Licence de Sciences Économiques (L3)
Banques et marchés
Jézabel Couppey-Soubeyran
Durée : 2 heures

IMPORTANT

- Chaque question est notée sur 5 points.
- Rédigez vos réponses en bon français (évitez le style télégraphique et les abréviations) et soignez la présentation. Une très mauvaise orthographe sera pénalisée (les étudiants étrangers peuvent l'indiquer sur la copie).
- Les calculatrices et les téléphones portables sont strictement interdits.

INTERMÉDIATION FINANCIÈRE

Question 1 : La presse a évoqué, ces dernières semaines, plusieurs rumeurs de fusions bancaires (notamment entre Unicredit et Société Générale, Commerzbank et Deutsche Bank, ...). Si ces fusions venaient à se réaliser, faudrait-il s'en réjouir ou, au contraire, y voir un risque pour la stabilité du secteur ? (autrement dit, la taille des banques est-elle un problème ?)

FINANCEMENT DE L'ÉCONOMIE ET SYSTÈMES FINANCIERS

Question 2 : « Finance et croissance : le trop serait-il l'ennemi du bien ? »

INSTABILITÉ FINANCIÈRE

Question 3 : « Trois types de financements de positions dans des actifs peuvent être définis dans la structure financière de notre système ... ». Poursuivez et commentez cette citation d'Hyman Minsky (Stabiliser une économie instable, 1986).

RÉGULATION FINANCIÈRE

Question 4 : Qu'est-ce qu'un ratio de *liquidité* ? La réglementation bancaire en impose-t-elle ? (vous appellerez dans votre réponse la différence entre liquidité et solvabilité).

Université Paris 1 (Panthéon-Sorbonne)
EXAMEN ANNÉE 2015-2016
Juin 2016 – seconde session

Licence de Sciences Économiques (L3)
Banques et marchés
Jézabel Couppey-Soubeyran
Durée : 2 heures

IMPORTANT

- Chaque question est notée sur 5 points.
- Rédigez vos réponses en bon français (évitez le style télégraphique et les abréviations) et soignez la présentation. Une très mauvaise orthographe sera pénalisée (les étudiants étrangers peuvent l'indiquer sur la copie).
- Les calculatrices et les téléphones portables sont strictement interdits.

INTERMEDIATION FINANCIERE

Question 1 : La taille des banques est-elle un facteur de stabilité ou de risque ?

FINANCEMENT DE L'ECONOMIE ET SYSTEMES FINANCIERS

Question 2 : La finance a-t-elle un effet toujours positif sur la croissance ? Répondez à la question en vous appuyant sur les résultats des travaux empiriques consacrés à la relation entre finance et croissance.

INSTABILITE FINANCIERE

Question 3 : « *L'expérience montre que notre économie oscille entre des structures financières tantôt solides, tantôt fragiles, et que les crises financières nécessitent l'existence préalable d'une structure financière fragile* » : à partir de cette citation d'Hyman Minsky, expliquez le processus à l'origine des crises financières.

REGULATION FINANCIERE

Question 4 : « *Nous pouvons en quelque sorte stabiliser l'instabilité* » : à partir de cette citation d'Hyman Minsky, expliquez quelles sont les politiques et interventions possibles pour limiter l'instabilité financière.

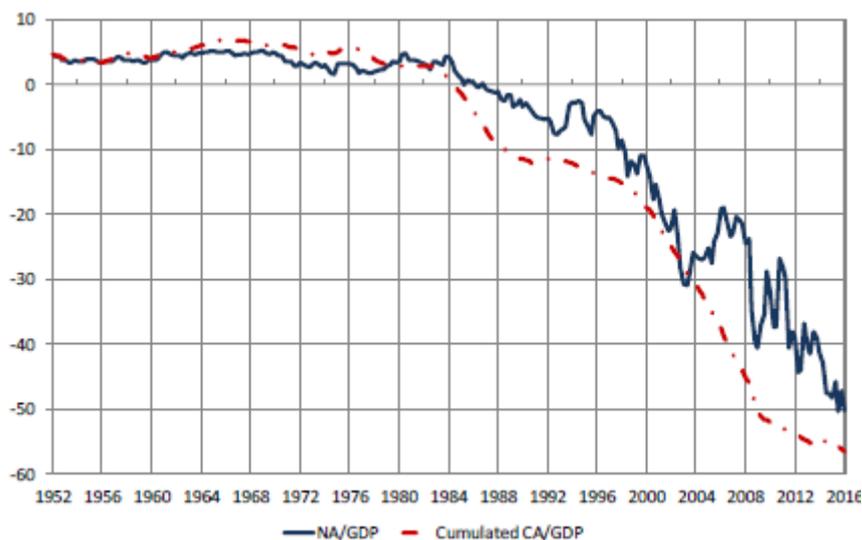
EXAMEN FINAL – Session 1 – 2 mai 2019 – 9h-12h corrigé

(dictionnaire de langue papier autorisé – calculatrice autorisée)

Un seul exercice ; les questions 1 à 7 sont indépendantes les unes des autres

1. Qu'est-ce que la position extérieure nette d'un pays ? que signifie une position extérieure nette négative ? commenter la ligne continue du graphique 1.

Graphique 1. Position extérieure nette (courbe continue) et solde extérieur courant cumulé (courbe pointillée), Etats-Unis, 1952-2016 (en % du PIB)



Source : Gourinchas, Rey et Govillot (2017).

La position extérieure nette d'un pays est la différence entre ses avoirs (ou actifs) sur le reste du monde et ses engagements (ou passifs) vis-à-vis du reste du monde.

La ligne continue indique une position extérieure nette de plus en plus négative (débitrice nette à partir du milieu des années 1980) : le passif brut augmente plus vite que l'actif brut.

On constate une dégradation ; la PEN devient négative.

2. On suppose que, dans le cas des Etats-Unis, les actifs extérieurs bruts sont libellés en monnaie étrangère tandis que les engagements vis-à-vis du reste du monde sont en dollar. On note \hat{E} le taux de change effectif nominal du dollar, au certain pour les Etats-Unis.
 - a. Donner la définition et l'équation du taux de change effectif nominal. Vous définirez soigneusement les variables et paramètres utilisés.

Le taux de change effectif nominal est la moyenne pondérée des taux de change bilatéraux nominaux, les poids représentant généralement la part de chaque pays étranger comme partenaire commercial.

En notant E_i le taux de change bilatéral nominal du dollar par rapport à la monnaie i (nombre de d'unités de monnaie i dans 1 dollar), le taux de change effectif nominal s'écrit : $E = \prod_{i=1}^I E_i^{\alpha_i}$, avec $\sum_{i=1}^I \alpha_i = 1$.

- b. Ecrire l'équation donnant la position extérieure nette des Etats-Unis à la fin de l'année t en fonction des avoirs (ou actifs) bruts et des engagements (ou passifs) bruts à la fin de l'année $t-1$ et des autres variables que vous jugerez pertinentes et que vous définirez avec soin. Quel est l'effet d'une dépréciation du dollar sur la position extérieure nette ?

On note PEN_t la position extérieure nette à la fin de l'année t , A_t les avoirs bruts et L_t les engagements bruts, ces trois variables étant exprimées en dollar. On note i^A le taux d'intérêt sur les avoirs et i^L le taux d'intérêt sur les engagements.

On note B_t la balance commerciale de l'année t .

Avec le taux de change effectif nominal défini à la question précédente, on a :

$$PEN_t = (1 + i^A)A_{t-1} \frac{\hat{E}_{t-1}}{\hat{E}_t} - (1 + i^L)L_{t-1} + B_t$$

Une dépréciation du dollar (hausse de \hat{E}_t) élève la position extérieure nette par deux canaux (1) réévaluation des avoirs en monnaie étrangère ; (2) si la condition de Marshall-Lerner est vérifiée, hausse de la balance commerciale.

- c. A l'aide de l'équation de la question b, expliquer qualitativement l'écart entre la courbe continue et la courbe pointillée.

La courbe pointillée (compte courant cumulé) ne prend pas en compte la réévaluation des avoirs bruts suite aux variations du taux de change et aux variations des cours des actifs. Ces réévaluations ont joué positivement en moyenne pour les Etats-Unis au cours de la période 1984-2016.

3. L'évolution de la position extérieure nette américaine indiquée sur le graphique 1 pourrait-elle avoir un impact sur le taux de change du dollar, à court terme et à long terme, et si oui dans quel sens ? Vous préciserez quel modèle vous utilisez pour répondre à cette question. Sans écrire les équations, vous décrierez le mécanisme à l'œuvre.

Oui, une dépréciation à long terme (à court terme, la PEN varie peu).

Pour le voir, il faut utiliser un modèle de portefeuille dans lequel les agents ont une aversion pour le risque.

Lorsque la position extérieure nette diminue, le rendement attendu des actifs en monnaie nationale (ici en dollar) doit augmenter pour équilibrer le marché. En l'absence de variation des taux d'intérêt, la monnaie se déprécie jusqu'au niveau à partir duquel les agents anticipent une appréciation suffisante pour compenser le risque.

4. Le tableau 1 résume la balance des paiements des Etats-Unis pour l'année 2018.
a. Donner un exemple de revenu primaire. Que signifie le signe positif de la balance des revenus primaires ?

Exemple de revenu primaire : des profits rapatriés par une multinationale américaine ou autre.

Le signe positif du solde signifie qu'en 2018, les résidents (entreprise, ménages et administrations publiques), ont reçu davantage de revenus primaires qu'ils n'en ont versé au reste du monde.

Donner un exemple de revenu secondaire (ou transfert courant). Que signifie le signe négatif de la balance des revenus secondaires ?

Exemple de revenu secondaire : remises des migrants.

Le signe négatif signifie qu'en 2018, il y a eu davantage de transferts versés que de transferts reçus.

- b. La balance des revenus primaires vous semble-t-elle cohérente avec une position extérieure nette négative (graphique 1) ? Proposez une explication à la cohérence ou à l'incohérence entre la balance des revenus primaires et la position extérieure nette.

La position extérieure nette négative signifie que les engagements dépassent les avoirs, de sorte que le solde des revenus primaires devrait être négatif. Or il est positif. Les deux signes sont donc incohérents.

Une explication possible est que le rendement des avoirs est supérieur au rendement des engagements.

- c. Interpréter le signe négatif du solde du compte financier en 2018. Est-il cohérent avec l'évolution de la position extérieure nette (graphique 1) ?

Le signe négatif du solde financier signifie que les sorties de capitaux sont inférieures aux entrées de capitaux.

L'entrée nette de capitaux signifie que les engagements augmentent plus vite que les avoirs ; c'est cohérent avec une baisse de la position extérieure nette.

- d. Combien vaut le poste « erreurs et omissions » pour les Etats-Unis en 2018 ?

L'équilibre de la balance des paiements implique que $\text{compte courant} + \text{compte de capital} - \text{compte financier} + \text{erreurs et omissions} = 0$. Les erreurs et omissions valent donc $EO = 488,5 - 54,0 - 519,6 = -85,1$ milliards de dollars US.

Tableau 1. Balance des paiements des Etats-Unis, en milliards de dollars US

	2018
Solde des transactions courantes	-488,5
Balance des biens	-891,3
Balance des services	269,2
Balance des revenus primaires	244,3
Balance des revenus secondaires	-110,7
Solde du compte de capital	54,0
Solde du compte financier	-519,6
Erreurs et omissions	-85,1

Source : Federal Reserve Economic Data (Fred).

5. On note Y le PIB des Etats-Unis, C la consommation finale privée, G les dépenses publiques, T impôts nets payés par les entreprises et par les ménages, I l'investissement privé et B la balance commerciale des biens et services.

- a. Ecrire l'équation comptable représentant l'équilibre épargne-investissement

Equilibre épargne-investissement en économie ouverte : $(Y - T - C - I) + (T - G) = B$.

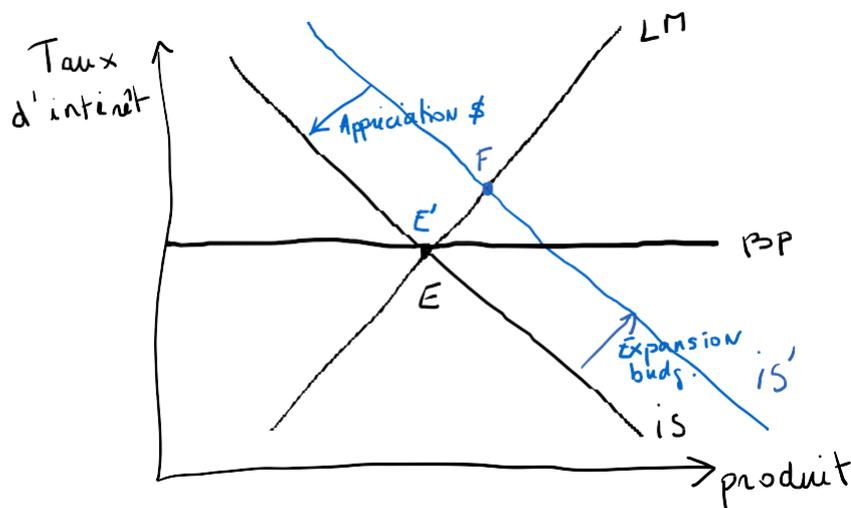
- b. A l'aide de cette relation comptable, décrire l'impact de la baisse des impôts et de la hausse des dépenses publiques décidée par l'administration Trump sur la balance commerciale et sur le solde du compte financier des Etats-Unis.

Une baisse des impôts nets T est neutre pour la balance commerciale B et donc aussi pour le solde financier : l'épargne privée augmente quand l'épargne publique diminue.

Une hausse des dépenses réduit l'épargne publique. Toutes choses égales par ailleurs, la balance commerciale B diminue, le solde financier se dégrade.

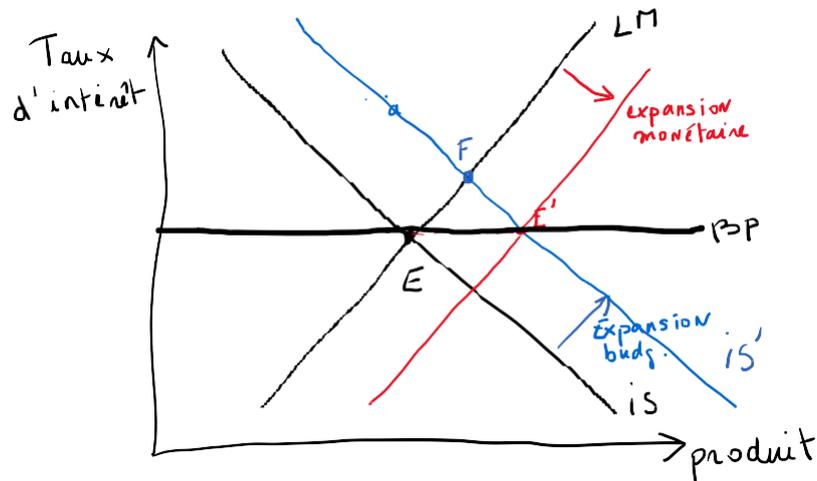
- c. On se place en situation de parfaite mobilité des capitaux. A l'aide du modèle de Mundell-Fleming, expliquer l'impact de la relance budgétaire sur le PIB et le taux d'intérêt aux Etats-Unis ainsi que sur le taux de change du dollar. Vous considérerez l'économie du reste du monde comme donnée et vous vous appuyerez sur un schéma soigné.

La relance budgétaire déplace la courbe IS vers la droite (IS'). Le nouveau point d'intersection entre IS' et LM (F) n'est pas un point d'équilibre car le taux d'intérêt est trop élevé : les capitaux affluent, le dollar s'apprécie ; la perte de compétitivité ramène la courbe IS à son niveau initial. Ex post, la production et le taux d'intérêt sont inchangés, le dollar s'est apprécié, la demande publique s'est substituée à une partie de la demande extérieure nette.



- d. On suppose que la Réserve Fédérale américaine décide de contrecarrer l'effet de la politique budgétaire sur le taux d'intérêt et sur le taux de change. Quelle politique doit-elle mener ? Représenter cette politique sur le schéma de la question précédente, en employant une couleur différente.

Pour empêcher l'appréciation du dollar, la Réserve fédérale augmente la masse monétaire. Cela déplace la courbe LM vers le bas. Le nouvel équilibre est E' où le taux d'intérêt et le taux de change sont à leurs niveaux initiaux et le produit a augmenté.



6. En mars 2019, le taux d'intérêt nominal à trois mois était de 2,48% aux Etats-Unis, contre -0,31% en moyenne dans la zone euro (les deux taux sont présentés en pourcentages annualisés, source OCDE). On note E le taux de change nominal bilatéral du dollar par rapport à l'euro (nombre de dollars dans 1 euro). Ce taux de change était de 1,1302 en mars 2019 (source BCE).
- a. Quelle relation d'équilibre faut-il utiliser pour calculer le taux de change euro-dollar à terme F ? Ecrire cette relation en définissant soigneusement les variables utilisées.

Il faut utiliser la parité couverte des taux d'intérêt.

En notant i le taux d'intérêt américain et i^* le taux d'intérêt de la zone euro, le taux de change à terme F est tel que : $\frac{F}{E} = \left(\frac{1+i}{1+i^*}\right)^h$, où, h est l'horizon considéré, en nombre d'années. On peut aussi écrire la parité sous forme linéarisée : $\ln F - \ln E = h(i - i^*)$

- b. Calculer le taux de change à terme F à l'horizon de 3 mois (juin 2019). Vérifier la cohérence de votre résultat.

Ici on a $h=1/4$ (3 mois), donc $F = 1,1302 \left(\frac{1,0248}{0,9969}\right)^{\frac{1}{4}} = 1,380$.

Alternativement : $\ln F = \ln(1,1302) + 0,25(0,0248 + 0,0031) = 0,129 \Rightarrow F = e^{0,129} = 1,381$

Le dollar est plus faible (l'euro est plus fort) à terme qu'au comptant, ce qui compense un taux d'intérêt plus élevé aux Etats-Unis et la zone euro.

7. Suite au ralentissement de l'économie européenne, la BCE décide, lors de sa réunion d'avril 2019, d'abaisser ses taux directeurs de 0,5 point de pourcentage, tandis que la Réserve fédérale américaine laisse le sien inchangé. Les marchés anticipent que les taux d'intérêt ne varieront pas pendant deux ans, puis qu'ils reviendront à leurs niveaux d'avant cette décision d'avril 2019. Le taux de change nominal euro-dollar anticipé à l'horizon de deux ans, E^a (nombre de dollars dans un euro), reste inchangé.
- a. Ecrire la parité non couverte des taux d'intérêt à l'horizon de deux ans sous forme linéarisée.

Avec les mêmes notations que précédemment, la parité non couverte des taux d'intérêt s'écrit :

$$\ln E^a - \ln E = h(i - i^*), \text{ avec } h=2$$

- b. En supposant E^a inchangé, calculer l'effet, sur le taux de change courant en avril 2019, d'une baisse du taux d'intérêt de la zone euro de 0,5 point par rapport aux Etats-Unis pendant deux ans. Vous donnerez votre résultat en pourcentage de variation par rapport au niveau du taux de change de mars (1,1302 dollars par euro) et en niveau.

$$\Delta \ln E^a - \Delta \ln E = 2(\Delta i - \Delta i^*) \Rightarrow \Delta \ln E = 2\Delta i^* = -1\%, \text{ soit } E=1,1189$$

L'euro se déprécie de 1% par rapport au dollar.

- c. Un exportateur américain détient une option de vente d'euro contre dollar au prix d'exercice de 1,1251 dollars par euro. Vous conseilleriez-vous d'exercer son option en mars 2019 ? en avril 2019 ? (il s'agit d'une option américaine exerçable à n'importe quel moment entre décembre 2018 et décembre 2019).

Le prix d'exercice de l'option (1,1251) est inférieur à son prix sur le marché au comptant en mars 2019 (1,1302). L'exportateur n'a donc pas intérêt à exercer son option de vente à cette date car il vendrait ses euros moins cher que sur le marché au comptant.

Le prix d'exercice de l'option (1,1251) est supérieur à son prix sur le marché au comptant en avril 2019 (1,1189). L'exportateur a donc intérêt à exercer son option de vente à cette date car il vendra ses euros plus cher que sur le marché au comptant.

- d. On suppose que l'élasticité des exportations américaines au taux de change est de 0,7 tandis que l'élasticité des importations américaines au taux de change est de 0,5 (ces deux élasticités sont exprimées en valeur absolue). La décision de la BCE en avril 2019 a-t-elle un impact positif ou négatif sur la balance commerciale bilatérale des Etats-Unis par rapport à la zone euro ? Vous supposerez pour simplifier que la balance commerciale américaine est initialement à l'équilibre.

La somme des élasticité prix à l'exportation et à l'importation est $0,7+0,5=1,2>1$. Par conséquent, l'appréciation du dollar (la dépréciation de l'euro) va dégrader la balance commerciale américaine si ce n'est à court terme, du moins après un an ou deux (courbe en J).

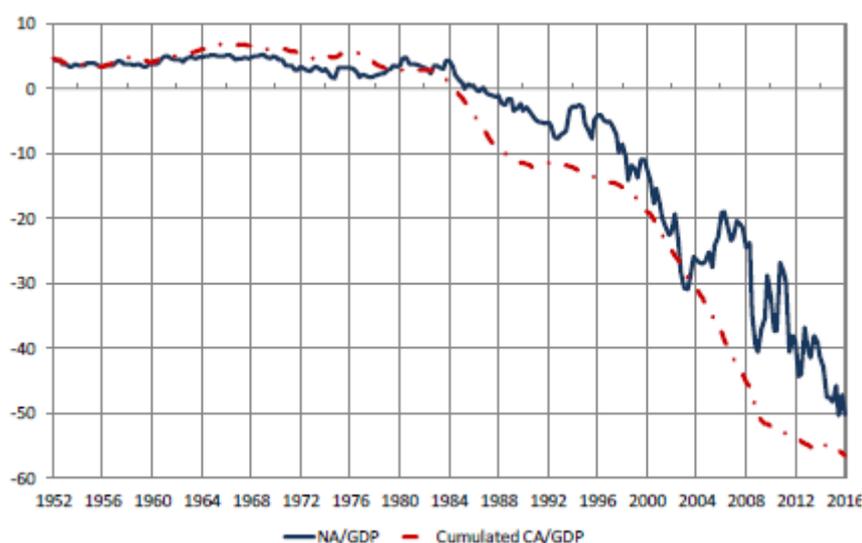
EXAMEN FINAL – Session 1 – 2 mai 2019 – 9h-12h

(dictionnaire de langue papier autorisé – calculatrice autorisée)

Un seul exercice ; les questions 1 à 7 sont indépendantes les unes des autres

1. Qu'est-ce que la position extérieure nette d'un pays ? que signifie une position extérieure nette négative ? commenter la ligne continue du graphique 1.

Graphique 1. Position extérieure nette (courbe continue) et solde extérieur courant cumulé (courbe pointillée), Etats-Unis, 1952-2016 (en % du PIB)



Source : Gourinchas, Rey et Govillot (2017).

2. On suppose que, dans le cas des Etats-Unis, les actifs extérieurs bruts sont libellés en monnaie étrangère tandis que les engagements vis-à-vis du reste du monde sont en dollars. On note \hat{E} le taux de change effectif nominal du dollar, au certain pour les Etats-Unis.
 - a. Donner la définition et l'équation du taux de change effectif nominal. Vous définirez soigneusement les variables et paramètres utilisés.
 - b. Ecrire l'équation donnant la position extérieure nette des Etats-Unis à la fin de l'année t en fonction des avoirs (ou actifs) bruts et des engagements (ou passifs) bruts à la fin de l'année $t-1$ et des autres variables que vous jugerez pertinentes et que vous définirez avec soin. Quel est l'effet d'une dépréciation du dollar sur la position extérieure nette ?
 - c. A l'aide de l'équation de la question b, expliquer qualitativement l'écart entre la courbe continue et la courbe pointillée.
3. L'évolution de la position extérieure nette américaine indiquée sur le graphique 1 pourrait-elle avoir un impact sur le taux de change du dollar, à court terme et à long terme, et si oui dans quel sens ? Vous préciserez quel modèle vous utilisez pour répondre à cette question. Sans écrire les équations, vous décrirez le mécanisme à l'œuvre.

4. Le tableau 1 résume la balance des paiements des Etats-Unis pour l'année 2018.
 - a. Donner un exemple de revenu primaire. Que signifie le signe positif de la balance des revenus primaires ?
 - b. Donner un exemple de revenu secondaire (ou transfert courant). Que signifie le signe négatif de la balance des revenus secondaires ?
 - c. La balance des revenus primaires vous semble-t-elle cohérente avec une position extérieure nette négative (graphique 1) ? Proposez une explication à la cohérence ou à l'incohérence entre la balance des revenus primaires et la position extérieure nette.
 - d. Interpréter le signe négatif du solde du compte financier en 2018. Est-il cohérent avec l'évolution de la position extérieure nette (graphique 1) ?
 - e. Combien vaut le poste « erreurs et omissions » pour les Etats-Unis en 2018 ?

Tableau 1. Balance des paiements des Etats-Unis, en milliards de dollars US

	2018
Solde des transactions courantes	-488,5
Balance des biens	-891,3
Balance des services	269,2
Balance des revenus primaires	244,3
Balance des revenus secondaires	-110,7
Solde du compte de capital	54,0
Solde du compte financier	-519,6
Erreurs et omissions	

Source : Federal Reserve Economic Data (Fred).

5. On note Y le PIB des Etats-Unis, C la consommation finale privée, G les dépenses publiques, T impôts nets payés par les entreprises et par les ménages, I l'investissement privé et B la balance commerciale des biens et services.
 - a. Ecrire l'équation comptable représentant l'équilibre épargne-investissement
 - b. A l'aide de cette relation comptable, décrire l'impact de la baisse des impôts et de la hausse des dépenses publiques décidée par l'administration Trump sur la balance commerciale et sur le solde du compte financier des Etats-Unis.
 - c. On se place en situation de parfaite mobilité des capitaux. A l'aide du modèle de Mundell-Fleming, expliquer l'impact de la relance budgétaire sur le PIB et le taux d'intérêt aux Etats-Unis ainsi que sur le taux de change du dollar. Vous considérerez l'économie du reste du monde comme donnée et vous vous appuyerez sur un schéma soigné.
 - d. On suppose que la Réserve Fédérale américaine décide de contrecarrer l'effet de la politique budgétaire sur le taux d'intérêt et sur le taux de change. Quelle politique doit-elle mener ? Représenter cette politique sur le schéma de la question précédente, en employant une couleur différente.

6. En mars 2019, le taux d'intérêt nominal à trois mois était de 2,48% aux Etats-Unis, contre -0,31% en moyenne dans la zone euro (les deux taux sont présentés en pourcentages annualisés, source OCDE). On note E le taux de change nominal bilatéral du dollar par rapport à l'euro (nombre de dollars dans 1 euro). Ce taux de change était de 1,1302 en mars 2019 (source BCE).
 - a. Quelle relation d'équilibre faut-il utiliser pour calculer le taux de change euro-dollar à terme F ? Ecrire cette relation en définissant soigneusement les variables utilisées.
 - b. Calculer le taux de change à terme F à l'horizon de trois mois (juin 2019). Vérifier la cohérence de votre résultat.

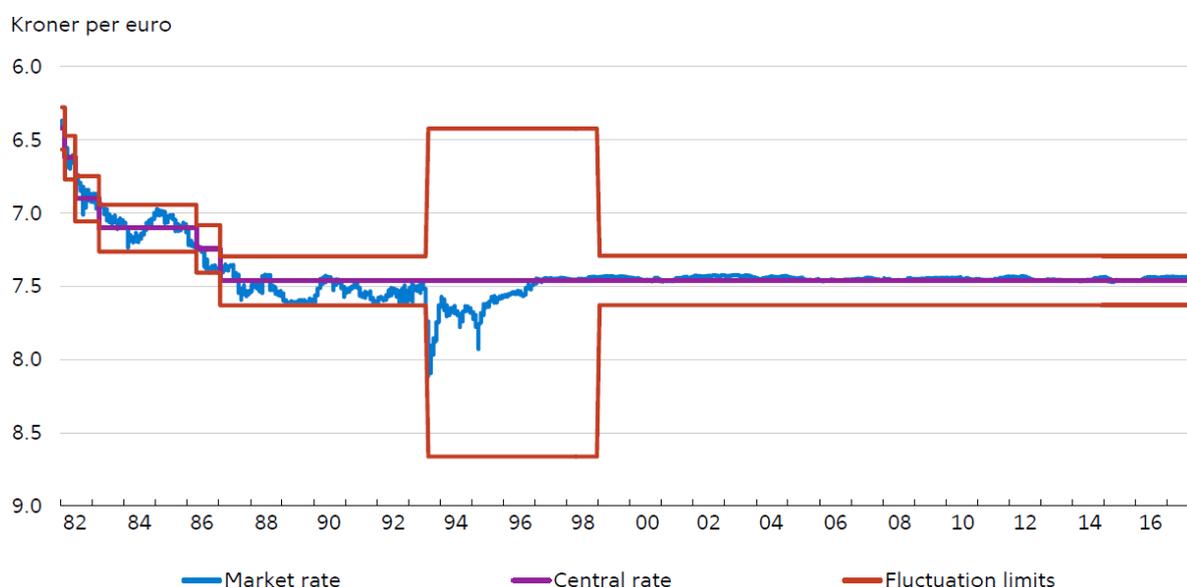
7. Suite au ralentissement de l'économie européenne, la BCE décide, lors de sa réunion d'avril 2019, d'abaisser ses taux directeurs de 0,5 point de pourcentage, tandis que la Réserve fédérale américaine laisse le sien inchangé. Les marchés anticipent que les taux d'intérêt ne varieront pas pendant deux ans, puis qu'ils reviendront à leurs niveaux d'avant cette décision d'avril 2019. Le taux de change nominal euro-dollar anticipé à l'horizon de deux ans, E^a (nombre de dollars dans un euro), reste inchangé.
- Ecrire la parité non couverte des taux d'intérêt à l'horizon de deux ans sous forme linéarisée.
 - En supposant E^a inchangé, calculer l'effet, sur le taux de change courant en avril 2019, d'une baisse du taux d'intérêt de la zone euro de 0,5 point par rapport aux Etats-Unis pendant deux ans. Vous donnerez votre résultat en pourcentage de variation par rapport au niveau du taux de change de mars (1,1302 dollars par euro) et en niveau.
 - Un exportateur américain détient une option de vente d'euro contre dollar au prix d'exercice de 1,1251 dollars par euro. Lui conseilleriez-vous d'exercer son option en mars 2019 ? en avril 2019 ? (il s'agit d'une option américaine exerçable à n'importe quel moment entre décembre 2018 et décembre 2019).
 - On suppose que l'élasticité des exportations américaines au taux de change est de 0,7 tandis que l'élasticité des importations américaines au taux de change est de 0,5 (ces deux élasticités sont exprimées en valeur absolue). La décision de la BCE en avril 2019 a-t-elle un impact positif ou négatif sur la balance commerciale bilatérale des Etats-Unis par rapport à la zone euro ? Vous supposerez pour simplifier que la balance commerciale américaine est initialement à l'équilibre.

EXAMEN FINAL – session 2 – 24 juin 2019 – 9h00-11h00

**QCM – 1 réponse par question
(1 point par réponse correcte, pas de points négatifs)
Répondre sur grille séparée
Calculatrices et dictionnaires autorisées**

Le graphique 1 retrace l'évolution du taux de change de la couronne danoise par rapport à l'euro entre 1982 et 2017, en nombre de couronnes par euro.

Graphique 1 : taux de change de la couronne danoise par rapport à l'euro
(nombre de couronnes par euro, *échelle inversée*)



Source : Danmarks Nationalbank. Euro synthétique avant 1999. En bleu le taux de marché, en violet le taux fixé par la banque centrale, en rouge les limites de fluctuation.

1) Entre 1982 et 2017, le régime de change du Danemark a été :

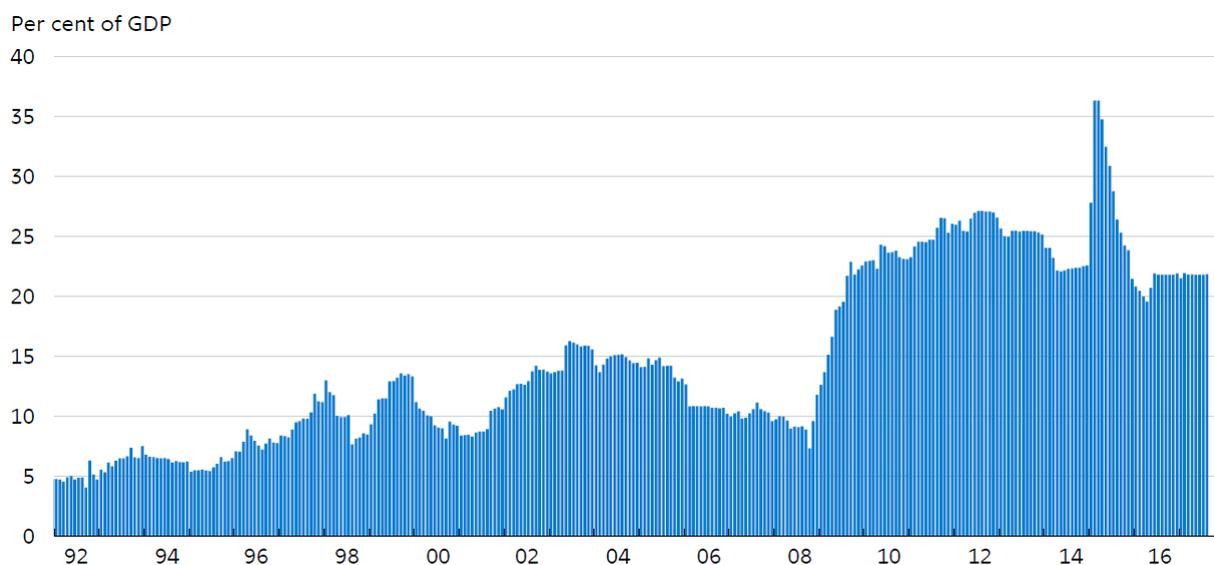
- a. un régime de change flexible
- b. une union monétaire
- c. un régime de change fixe ajustable
- d. un régime de flottage administré
- e. une caisse d'émission (*currency board*)

2) Entre 1982 et 1987, la couronne danoise s'est :

- a. dépréciée d'environ 15%
- b. appréciée d'environ 15%
- c. dépréciée d'environ 1%
- d. appréciée d'environ 1%
- e. autre

Le graphique 2 représente les réserves de change de la banque centrale du Danemark entre 1992 et 2017, en pourcentage du PIB.

Graphique 2 : réserves de change du Danemark en % du PIB



Source : Danmarks Nationalbank.

3) L'augmentation des réserves en 2009 représente, pour le Danemark :

- a. une entrée nette de capitaux étrangers
- b. une sortie nette de capitaux vers le reste du monde
- c. ni l'un ni l'autre : cette évolution est purement monétaire
- d. ni l'un ni l'autre : le Danemark est en régime de change flexible
- e. autre

4) En l'absence de stérilisation des interventions de change, la variation des réserves de change observée en 2009 a conduit à :

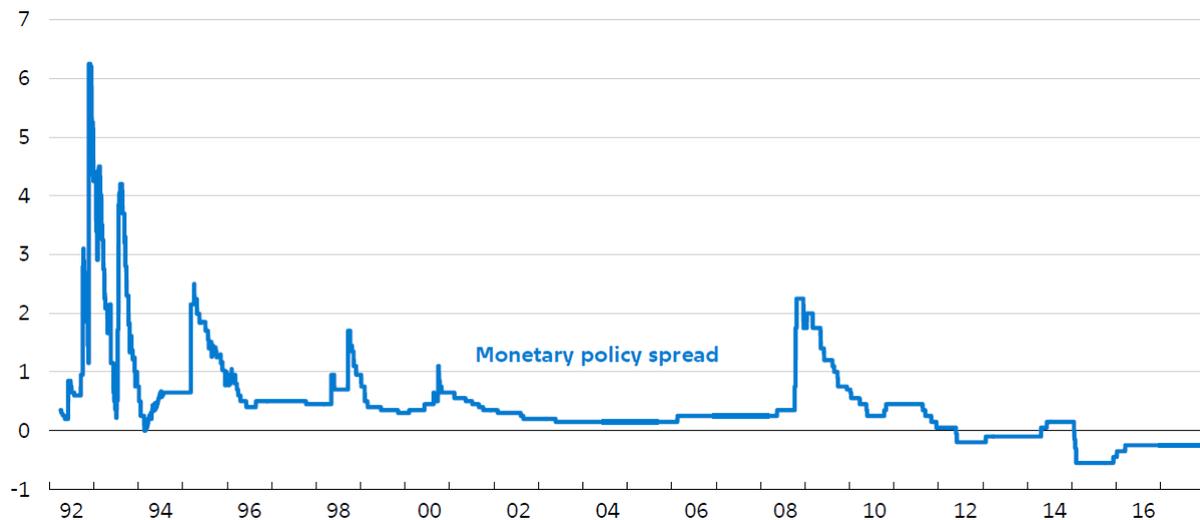
- a. une hausse de l'offre de monnaie de la part de la banque centrale
- b. une baisse de l'offre de monnaie de la part de la banque centrale
- c. ni l'une ni l'autre : l'absence de stérilisation a permis de maintenir constante l'offre de monnaie de la banque centrale

5) La variation des réserves de change observée en 2009 traduit une volonté, de la part de la Banque Nationale du Danemark, de :

- a. financer le plan de relance budgétaire du gouvernement, en pleine crise économique mondiale
- b. empêcher la couronne danoise de se déprécier par rapport aux monnaies étrangères
- c. empêcher la couronne danoise de s'apprécier par rapport aux monnaies étrangères
- d. autre

Le graphique 3 décrit l'écart de taux d'intérêt nominal à court terme entre le Danemark et la zone euro, entre 1992 et 2017.

Graphique 3 : écart de taux d'intérêt nominal à court terme entre le Danemark et la zone euro
(en points de pourcentage annualisés, données hebdomadaires)



Source : Danmarks Nationalbank.

6) On suppose que la parité non couverte des taux d'intérêt se vérifie entre le Danemark et la zone euro. D'après le graphique 3, au début de l'année 2009, les marchés anticipaient :

- une appréciation de la couronne danoise d'environ 2% sur 1 an
- une appréciation de la couronne danoise d'environ 2% sur 1 semaine
- une dépréciation de la couronne danoise d'environ 2% sur 1 an
- une dépréciation de la couronne danoise d'environ 2% sur 1 semaine
- autre

7) En 2015, on observe un pic de réserves de change (graphique 2), tandis que l'écart de taux d'intérêt entre Danemark et la zone euro devient négatif (graphique 3). Le taux de change de la couronne par rapport à l'euro, lui, reste stable (graphique 1). Ces trois phénomènes sont :

- cohérents : la banque centrale du Danemark a endigué une pression à l'appréciation de la couronne via des interventions de change non stérilisées qui ont fait baisser le taux d'intérêt danois
- cohérents : la banque centrale du Danemark a endigué une pression à la dépréciation de la couronne en augmentant les réserves de change et en abaissant son taux d'intérêt
- incohérents : la hausse des réserves de change aurait dû entraîner une hausse du taux d'intérêt danois et une appréciation de la couronne par rapport à l'euro
- incohérents : la hausse des réserves de change aurait dû entraîner une hausse du taux d'intérêt danois et une dépréciation de la couronne par rapport à l'euro
- autre

8) Entre 2000 et 2017, l'indice des prix à la consommation a augmenté (en cumulé) de 36,8% au Danemark et de 38,8% dans la zone euro. Entre les deux dates, le taux de change de parité de pouvoir d'achat de la couronne danoise par rapport à l'euro s'est :

- apprécié de 2% (hausse de la valeur de la couronne)
- déprécié de 2% (baisse de la valeur de la couronne)
- on ne peut pas dire avec l'information fournie

9) En 2012, le solde extérieur courant du Danemark était excédentaire de 6% du PIB tandis que le PIB danois était inférieur de 3% à son niveau potentiel, selon la Commission européenne. A cette date, la couronne danoise était :

- a. surévaluée par rapport à la norme de Balassa-Samuelson
- b. surévaluée par rapport au taux de change d'équilibre fondamental.
- c. sous-évaluée par rapport à la norme de Balassa-Samuelson
- d. sous-évaluée par rapport au taux de change d'équilibre fondamental.
- e. on ne peut pas dire avec l'information fournie

10) Entre 2000 et 2017, le PIB par habitant a augmenté de 15% dans la zone euro et de 11% au Danemark, à prix constants. Selon la théorie de Balassa-Samuelson, la couronne danoise aurait dû :

- a. s'apprécier en termes réels par rapport à l'euro
- b. se déprécier en termes réels par rapport à l'euro
- c. s'apprécier ou se déprécier en fonction de l'écart de taux d'intérêt par rapport à la zone euro
- d. s'apprécier ou se déprécier en fonction de la position extérieure nette des deux zones
- e. autre

Le tableau 1 résume la balance des paiements du Danemark pour l'année 2017.

Tableau 1 : balance des paiements du Danemark en 2017, milliards de couronnes danoises

Solde du compte courant	173,3
Solde du compte de capital	1,0
Solde du compte financier	156,4
Erreurs et omissions	-17,9

Source : Danmarks Nationalbank.

11) En 2017, le Danemark a connu :

- a. des entrées nettes de capitaux étrangers pour 156,4 milliards de couronnes
- b. des sorties nettes de capitaux étrangers pour 156,4 milliards de couronnes
- c. des entrées nettes de capitaux étrangers pour 1,0 milliard de couronnes
- d. des sorties nettes de capitaux étrangers pour 1,0 milliards de couronnes
- e. autre

12) La balance des paiements du Danemark en 2017 est cohérente avec :

- a. une épargne supérieure à l'investissement au niveau de la Nation
- b. une épargne inférieure à l'investissement au niveau de la Nation
- c. un déficit budgétaire public égal à l'excès d'épargne privée
- d. une croissance du PIB plus élevée que dans les autres pays européens
- e. autre

13) On suppose qu'un nouveau gouvernement élu au Danemark décide de restreindre la mobilité des capitaux. Compte tenu du solde extérieur courant du pays en 2017 (tableau 1), cette mesure conduit à :

- a. une baisse des taux d'intérêt au Danemark
- b. une hausse des taux d'intérêt au Danemark
- c. aucun effet

14) On suppose qu'un nouveau gouvernement élu au Danemark décide de réévaluer la couronne par rapport à l'euro. Les élasticités prix des exportations et des importations sont de 0,7 et 0,6 respectivement, en valeur absolue. Le Danemark a investi par le passé en euros dans les autres pays européens, tandis qu'il s'est endetté en couronnes auprès de fonds d'investissements étrangers. A court terme, la réévaluation de la couronne provoque :

- a. une hausse de la balance commerciale et de la position extérieure nette
- b. une hausse de la balance commerciale et une baisse de la position extérieure nette
- c. une baisse de la balance commerciale et de la position extérieure nette
- d. une baisse de la balance commerciale et une hausse de la position extérieure nette
- e. on ne peut pas dire avec l'information fournie

15) En 2019, le Danemark est en régime de change fixe par rapport à l'euro, avec parfaite mobilité des capitaux. Selon le triangle d'incompatibilité de Mundell :

- a. le gouvernement danois ne peut pratiquer une relance budgétaire
- b. les réserves de change du Danemark sont gérées par la Banque Centrale Européenne
- c. la banque centrale du Danemark ne peut éloigner sa politique monétaire de celle de la Banque Centrale Européenne
- d. l'épargne et l'investissement doivent s'égaliser au Danemark
- e. autre

16) Un nouveau gouvernement élu au Danemark lance un grand plan d'investissement consacré à la lutte contre le réchauffement climatique, financé par endettement. Compte-tenu du régime de change (cf. question précédente), ceci entraîne à court terme, selon le modèle de Mundell-Fleming :

- a. une appréciation de la couronne sans hausse du PIB
- b. une appréciation de la couronne et une hausse du PIB
- c. une baisse des réserves de change sans hausse du PIB
- d. une hausse des réserves de change et du PIB
- e. autre

17) Le nouveau gouvernement danois a finalement renoncé à son plan de relance mais il décide de passer à un régime de change flottant. Pour soutenir l'activité, la banque centrale lance une politique d'assouplissement quantitatif faisant immédiatement augmenter de 1% la masse monétaire dans l'économie, en une fois et de manière permanente. Les prix s'ajustent avec retard au Danemark. Les investisseurs ont des anticipations rationnelles. La couronne danoise :

- a. se déprécie de 1% à long terme et de plus de 1% à court terme
- b. se déprécie de 1% à long terme mais de moins de 1% à court terme
- c. s'apprécie de 1% à long terme et de plus de 1% à court terme
- d. s'apprécie de 1% à long terme mais de moins de 1% à court terme
- e. autre

18) En raison de la disparition des billets et pièces (remplacés par des paiements électroniques), le Gouverneur de la banque centrale se rend compte qu'il a un peu de marge pour abaisser le taux d'intérêt. Plutôt qu'une politique d'assouplissement quantitatif, il annonce que le taux principal de refinancement sera désormais fixé à -0,5%, contre 0% antérieurement. Les marchés

anticipent une remontée à 0% dans deux ans. Ils ne révisent pas leurs anticipations sur la valeur à long terme de la couronne. Celle-ci :

- a. s'apprécie de 1% à court terme, puis se déprécie de 0,5% par an jusqu'à revenir à sa valeur initiale
- b. s'apprécie de 0,5% à court terme et de 0,5% l'année suivante, avant de revenir à sa valeur initiale
- c. se déprécie de 1% à court terme, puis s'apprécie de 0,5% par an jusqu'à revenir à sa valeur initiale
- d. se déprécie de 0,5% à court terme et de 0,5% l'année suivante, avant de revenir à sa valeur initiale
- e. autre

19) Compte-tenu de l'intensité des liens commerciaux entre les deux pays, l'Angleterre propose au Danemark de former une union monétaire à avec elle et avec l'Ecosse, devenue indépendante après le Brexit. Selon la théorie des zones monétaires optimales, le Danemark devrait accepter l'offre britannique à condition que :

- a. les cycles d'activité danois et britannique soient positivement corrélés et les prix suffisamment flexibles au Danemark
- b. les cycles d'activité danois et britannique soient positivement corrélés et les prix suffisamment rigides au Danemark
- c. les cycles d'activité danois et britannique soient négativement corrélés et les prix suffisamment flexibles au Danemark
- d. les cycles d'activité danois et britannique soient négativement corrélés mais les prix suffisamment rigides au Danemark
- e. autre

20) Un conseiller du gouvernement danois insiste pour que la participation cette union monétaire soit assortie d'une libre circulation de la main d'œuvre entre les deux pays.

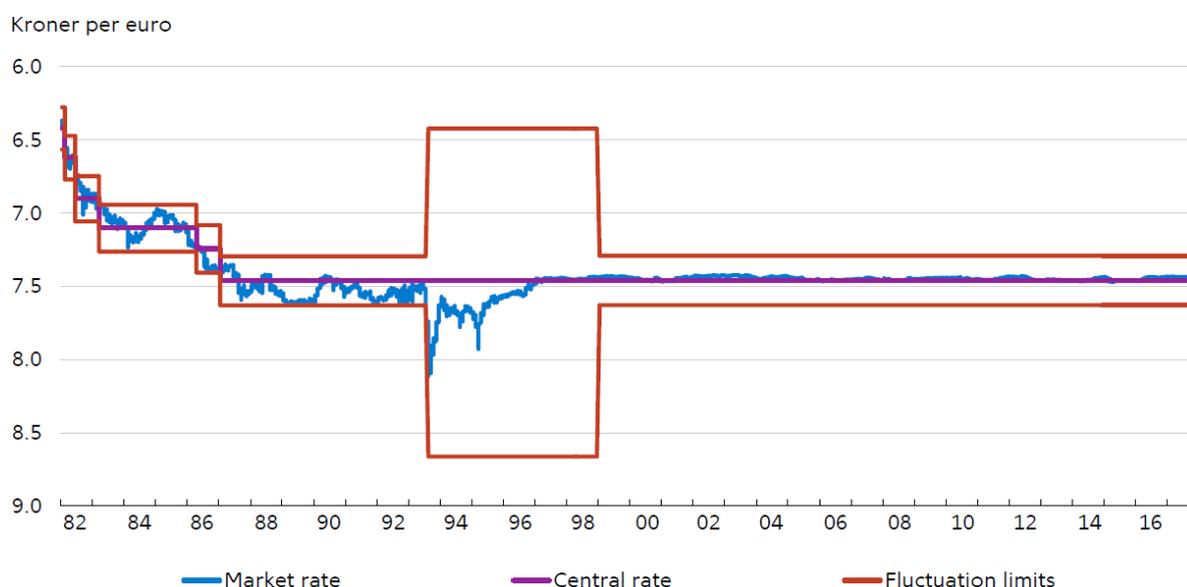
- a. ce conseiller a tort : il n'y a aucun rapport entre la politique migratoire et la politique monétaire
- b. ce conseiller à tort : il suffit de mettre en place une règle d'équilibre budgétaire
- c. ce conseiller a raison : les mouvements de main d'œuvre peuvent aider à absorber les chocs asymétriques dans une union monétaire
- d. ce conseiller a raison : les mouvements de main d'œuvre peuvent aider à absorber les chocs symétriques dans une union monétaire
- e. autre

EXAMEN FINAL – session 2 – 24 juin 2019 – 9h00-11h00 - corrigé

**QCM – 1 réponse par question
(1 point par réponse correcte, pas de points négatifs)
Répondre sur grille séparée
Calculatrices et dictionnaires autorisées**

Le graphique 1 retrace l'évolution du taux de change de la couronne danoise par rapport à l'euro entre 1982 et 2017, en nombre de couronnes par euro.

Graphique 1 : taux de change de la couronne danoise par rapport à l'euro
(nombre de couronnes par euro, *échelle inversée*)



Source : Danmarks Nationalbank. Euro synthétique avant 1999. En bleu le taux de marché, en violet le taux fixé par la banque centrale, en rouge les limites de fluctuation.

1) Entre 1982 et 2017, le régime de change du Danemark a été :

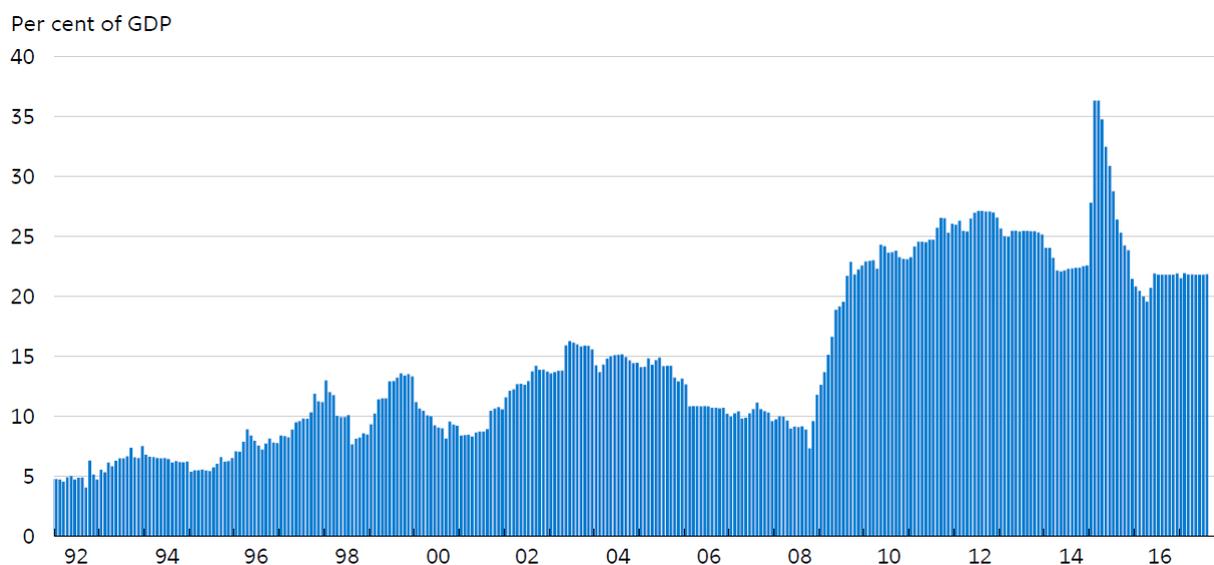
- a. un régime de change flexible
- b. une union monétaire
- c. un régime de change fixe ajustable**
- d. un régime de flottage administré
- e. une caisse d'émission (*currency board*)

2) Entre 1982 et 1987, la couronne danoise s'est :

- a. dépréciée d'environ 15%**
- b. appréciée d'environ 15%
- c. dépréciée d'environ 1%
- d. appréciée d'environ 1%
- e. autre

Le graphique 2 représente les réserves de change de la banque centrale du Danemark entre 1992 et 2017, en pourcentage du PIB.

Graphique 2 : réserves de change du Danemark en % du PIB



Source : Danmarks Nationalbank.

3) L'augmentation des réserves en 2009 représente, pour le Danemark :

- a. une entrée nette de capitaux étrangers
- b. une sortie nette de capitaux vers le reste du monde**
- c. ni l'un ni l'autre : cette évolution est purement monétaire
- d. ni l'un ni l'autre : le Danemark est en régime de change flexible
- e. autre

4) En l'absence de stérilisation des interventions de change, la variation des réserves de change observée en 2009 a conduit à :

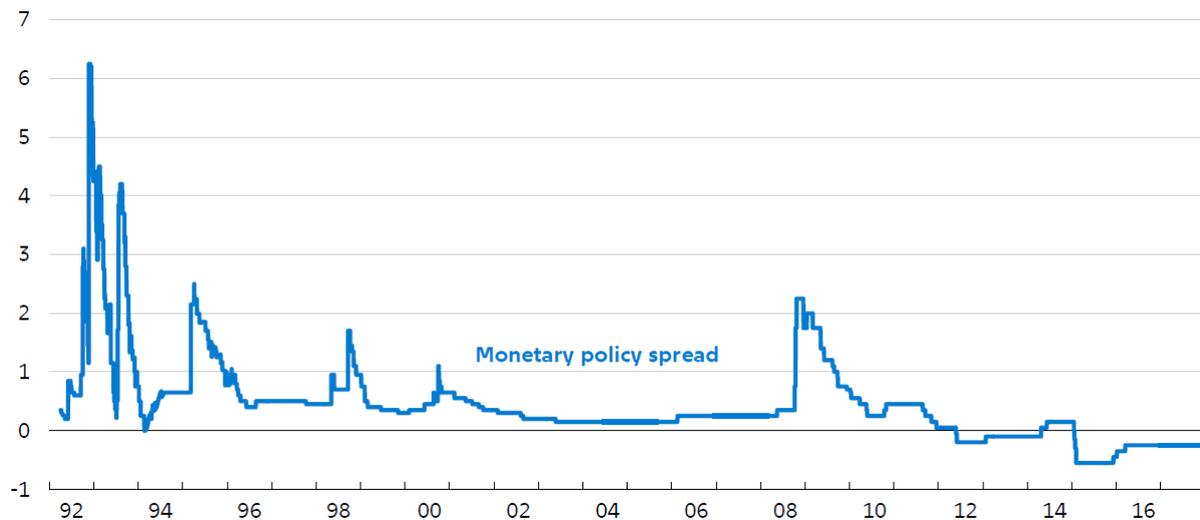
- a. une hausse de l'offre de monnaie de la part de la banque centrale**
- b. une baisse de l'offre de monnaie de la part de la banque centrale
- c. ni l'une ni l'autre : l'absence de stérilisation a permis de maintenir constante l'offre de monnaie de la banque centrale

5) La variation des réserves de change observée en 2009 traduit une volonté, de la part de la Banque Nationale du Danemark, de :

- a. financer le plan de relance budgétaire du gouvernement, en pleine crise économique mondiale
- b. empêcher la couronne danoise de se déprécier par rapport aux monnaies étrangères
- c. empêcher la couronne danoise de s'apprécier par rapport aux monnaies étrangères**
- d. autre

Le graphique 3 décrit l'écart de taux d'intérêt nominal à court terme entre le Danemark et la zone euro, entre 1992 et 2017.

Graphique 3 : écart de taux d'intérêt nominal à court terme entre le Danemark et la zone euro
(en points de pourcentage annualisés, données hebdomadaires)



Source : Danmarks Nationalbank.

6) On suppose que la parité non couverte des taux d'intérêt se vérifie entre le Danemark et la zone euro. D'après le graphique 3, au début de l'année 2009, les marchés anticipaient :

- a. une appréciation de la couronne danoise d'environ 2% sur 1 an
- b. une appréciation de la couronne danoise d'environ 2% sur 1 semaine
- c. une dépréciation de la couronne danoise d'environ 2% sur 1 an**
- d. une dépréciation de la couronne danoise d'environ 2% sur 1 semaine
- e. autre

7) En 2015, on observe un pic de réserves de change (graphique 2), tandis que l'écart de taux d'intérêt entre Danemark et la zone euro devient négatif (graphique 3). Le taux de change de la couronne par rapport à l'euro, lui, reste stable (graphique 1). Ces trois phénomènes sont :

- a. cohérents : la banque centrale du Danemark a endigué une pression à l'appréciation de la couronne via des interventions de change non stérilisées qui ont fait baisser le taux d'intérêt danois**
- b. cohérents : la banque centrale du Danemark a endigué une pression à la dépréciation de la couronne en augmentant les réserves de change et en abaissant son taux d'intérêt
- c. incohérents : la hausse des réserves de change aurait dû entraîner une hausse du taux d'intérêt danois et une appréciation de la couronne par rapport à l'euro
- d. incohérents : la hausse des réserves de change aurait dû entraîner une hausse du taux d'intérêt danois et une dépréciation de la couronne par rapport à l'euro
- e. autre

8) Entre 2000 et 2017, l'indice des prix à la consommation a augmenté (en cumulé) de 36,8% au Danemark et de 38,8% dans la zone euro. Entre les deux dates, le taux de change de parité de pouvoir d'achat de la couronne danoise par rapport à l'euro s'est :

- a. apprécié de 2% (hausse de la valeur de la couronne)**
- b. déprécié de 2% (baisse de la valeur de la couronne)
- c. on ne peut pas dire avec l'information fournie

9) En 2012, le solde extérieur courant du Danemark était excédentaire de 6% du PIB tandis que le PIB danois était inférieur de 3% à son niveau potentiel, selon la Commission européenne. A cette date, la couronne danoise était :

- a. surévaluée par rapport à la norme de Balassa-Samuelson
- b. surévaluée par rapport au taux de change d'équilibre fondamental.
- c. sous-évaluée par rapport à la norme de Balassa-Samuelson
- d. sous-évaluée par rapport au taux de change d'équilibre fondamental.
- e. on ne peut pas dire avec l'information fournie**

10) Entre 2000 et 2017, le PIB par habitant a augmenté de 15% dans la zone euro et de 11% au Danemark, à prix constants. Selon la théorie de Balassa-Samuelson, la couronne danoise aurait dû :

- a. s'apprécier en termes réels par rapport à l'euro
- b. se déprécier en termes réels par rapport à l'euro**
- c. s'apprécier ou se déprécier en fonction de l'écart de taux d'intérêt par rapport à la zone euro
- d. s'apprécier ou se déprécier en fonction de la position extérieure nette des deux zones
- e. autre

Le tableau 1 résume la balance des paiements du Danemark pour l'année 2017.

Tableau 1 : balance des paiements du Danemark en 2017, milliards de couronnes danoises

Solde du compte courant	173,3
Solde du compte de capital	1,0
Solde du compte financier	156,4
Erreurs et omissions	-17,9

Source : Danmarks Nationalbank.

11) En 2017, le Danemark a connu :

- a. des entrées nettes de capitaux étrangers pour 156,4 milliards de couronnes
- b. des sorties nettes de capitaux étrangers pour 156,4 milliards de couronnes**
- c. des entrées nettes de capitaux étrangers pour 1,0 milliard de couronnes
- d. des sorties nettes de capitaux étrangers pour 1,0 milliards de couronnes
- e. autre

12) La balance des paiements du Danemark en 2017 est cohérente avec :

- a. une épargne supérieure à l'investissement au niveau de la Nation**
- b. une épargne inférieure à l'investissement au niveau de la Nation
- c. un déficit budgétaire public égal à l'excès d'épargne privée
- d. une croissance du PIB plus élevée que dans les autres pays européens
- e. autre

13) On suppose qu'un nouveau gouvernement élu au Danemark décide de restreindre la mobilité des capitaux. Compte tenu du solde extérieur courant du pays en 2017 (tableau 1), cette mesure conduit à :

- a. une baisse des taux d'intérêt au Danemark**
- b. une hausse des taux d'intérêt au Danemark
- c. aucun effet

14) On suppose qu'un nouveau gouvernement élu au Danemark décide de réévaluer la couronne par rapport à l'euro. Les élasticités prix des exportations et des importations sont de 0,7 et 0,6 respectivement, en valeur absolue. Le Danemark a investi par le passé en euros dans les autres pays européens, tandis qu'il s'est endetté en couronnes auprès de fonds d'investissements étrangers. A court terme, la réévaluation de la couronne provoque :

- a. une hausse de la balance commerciale et de la position extérieure nette
- b. une hausse de la balance commerciale et une baisse de la position extérieure nette
- c. une baisse de la balance commerciale et de la position extérieure nette**
- d. une baisse de la balance commerciale et une hausse de la position extérieure nette
- e. on ne peut pas dire avec l'information fournie

15) En 2019, le Danemark est en régime de change fixe par rapport à l'euro, avec parfaite mobilité des capitaux. Selon le triangle d'incompatibilité de Mundell :

- a. le gouvernement danois ne peut pratiquer une relance budgétaire
- b. les réserves de change du Danemark sont gérées par la Banque Centrale Européenne
- c. la banque centrale du Danemark ne peut éloigner sa politique monétaire de celle de la Banque Centrale Européenne**
- d. l'épargne et l'investissement doivent s'égaliser au Danemark
- e. autre

16) Un nouveau gouvernement élu au Danemark lance un grand plan d'investissement consacré à la lutte contre le réchauffement climatique, financé par endettement. Compte-tenu du régime de change (cf. question précédente), ceci entraîne à court terme, selon le modèle de Mundell-Fleming :

- a. une appréciation de la couronne sans hausse du PIB
- b. une appréciation de la couronne et une hausse du PIB
- c. une baisse des réserves de change sans hausse du PIB
- d. une hausse des réserves de change et du PIB**
- e. autre

17) Le nouveau gouvernement danois a finalement renoncé à son plan de relance mais il décide de passer à un régime de change flottant. Pour soutenir l'activité, la banque centrale lance une politique d'assouplissement quantitatif faisant immédiatement augmenter de 1% la masse monétaire dans l'économie, en une fois et de manière permanente. Les prix s'ajustent avec retard au Danemark. Les investisseurs ont des anticipations rationnelles. La couronne danoise :

- a. se déprécie de 1% à long terme et de plus de 1% à court terme**
- b. se déprécie de 1% à long terme mais de moins de 1% à court terme
- c. s'apprécie de 1% à long terme et de plus de 1% à court terme
- d. s'apprécie de 1% à long terme mais de moins de 1% à court terme
- e. autre

18) En raison de la disparition des billets et pièces (remplacés par des paiements électroniques), le Gouverneur de la banque centrale se rend compte qu'il a un peu de marge pour abaisser le taux d'intérêt. Plutôt qu'une politique d'assouplissement quantitatif, il annonce que le taux principal de refinancement sera désormais fixé à -0,5%, contre 0% antérieurement. Les marchés

anticipent une remontée à 0% dans deux ans. Ils ne révisent pas leurs anticipations sur la valeur à long terme de la couronne. Celle-ci :

- a. s'apprécie de 1% à court terme, puis se déprécie de 0,5% par an jusqu'à revenir à sa valeur initiale
- b. s'apprécie de 0,5% à court terme et de 0,5% l'année suivante, avant de revenir à sa valeur initiale
- c. se déprécie de 1% à court terme, puis s'apprécie de 0,5% par an jusqu'à revenir à sa valeur initiale**
- d. se déprécie de 0,5% à court terme et de 0,5% l'année suivante, avant de revenir à sa valeur initiale
- e. autre

19) Compte-tenu de l'intensité des liens commerciaux entre les deux pays, l'Angleterre propose au Danemark de former une union monétaire à avec elle et avec l'Ecosse, devenue indépendante après le Brexit. Selon la théorie des zones monétaires optimales, le Danemark devrait accepter l'offre britannique à condition que :

- a. les cycles d'activité danois et britannique soient positivement corrélés et les prix suffisamment flexibles au Danemark**
- b. les cycles d'activité danois et britannique soient positivement corrélés et les prix suffisamment rigides au Danemark
- c. les cycles d'activité danois et britannique soient négativement corrélés et les prix suffisamment flexibles au Danemark
- d. les cycles d'activité danois et britannique soient négativement corrélés mais les prix suffisamment rigides au Danemark
- e. autre

20) Un conseiller du gouvernement danois insiste pour que la participation cette union monétaire soit assortie d'une libre circulation de la main d'œuvre entre les deux pays.

- a. ce conseiller a tort : il n'y a aucun rapport entre la politique migratoire et la politique monétaire
- b. ce conseiller à tort : il suffit de mettre en place une règle d'équilibre budgétaire
- c. ce conseiller a raison : les mouvements de main d'œuvre peuvent aider à absorber les chocs asymétriques dans une union monétaire**
- d. ce conseiller a raison : les mouvements de main d'œuvre peuvent aider à absorber les chocs symétriques dans une union monétaire
- e. autre

Veillez justifier vos réponses.

Aucun document, *ni calculatrice*, n'est autorisé. Barème provisoire.

Exercice 1 Distributions: (6 points)

Soit deux variables aléatoires notées X et Y dont la densité jointe est donnée par $f(x, y) = c(x + y^2)$ si $0 < x < 1$ et $0 < y < 1$ et $f(x, y) = 0$ sinon.

- Calculer la valeur de la constante c . Les deux variables sont-elles indépendantes ?
- Calculer la densité marginale de Y .
- Calculer la fonction de répartition de Y .
- Calculer la densité conditionnelle de $X | Y = y$.
- Calculer la valeur de $Pr(X > 1/2 | Y = y)$.

Exercice 2 Estimation : (4 points)

On dispose d'un échantillon X_1, \dots, X_n i.i.d. d'une variable aléatoire caractérisée par la fonction de densité suivante $f(X) = (1 + \lambda) X^\lambda$ si $0 < X < 1$ et $f(X) = 0$ sinon. On cherche à estimer le paramètre λ .

- Calculez la fonction de vraisemblance de l'échantillon.
- Calculez la log-vraisemblance de l'échantillon.
- En déduire l'estimateur du maximum de vraisemblance de λ .
- Calculez l'espérance de X_i . En déduire l'estimateur de la méthode des moments de λ .

Exercice 3 Échantillonnage: (4 points)

Des olives pèsent en moyenne 1 g et ont une variance de 0,1 g. Des amandes pèsent en moyenne 0,5 g et ont une variance de 0,1 g.

- On considère d'abord le poids total de 160 olives. Par quelle loi est-il possible de l'approximer ? Sous quelles hypothèses ? Calculez la probabilité que le poids total dépasse 164 g.
- On considère maintenant la différence de poids entre 160 olives et 320 amandes. Par quelle loi est-il possible d'approximer cette différence ? Sous quelles hypothèses ? Calculez la probabilité que le poids des 160 olives soit supérieur à celui des 320 amandes ?

Exercice 4 : (6 points)

Soit une variable aléatoire X telle que $E(X) = \mu$ et $Var(X) = \sigma^2$. On suppose que l'on dispose d'un échantillon i.i.d. et que les X_i suivent une distribution normale. On est intéressé par le paramètre μ . On

observe $\bar{X}_n = 22$, $S_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2 = 9$, $n = 9$.

- Détaillez la construction d'un intervalle de confiance pour μ au niveau 95%.
- Construire un test visant à rejeter l'hypothèse nulle $\mu \leq 20$ au niveau 95%
- Construire un test visant à rejeter l'hypothèse nulle $\mu = 20$ au niveau 95%

Durée de la composition : **2 heures**

Justifiez toutes vos réponses.

Aucun document, *ni calculatrice*, n'est autorisé. Barème provisoire.

Exercice 1 – Distributions : (6 points)

Soit deux variables aléatoires notées X et Y dont la densité jointe est donnée par

$$f(x, y) = \begin{cases} c + x - xy & \text{si } x \in [0,1] \text{ et } y \in [0,1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- 1,5 a) Calculer la valeur de la constante c pour que $f(x, y)$ soit une densité de probabilité.
- 1 b) Calculer la densité marginale de X .
- 1,5 c) Calculer la fonction de répartition de X .
- 1 d) Calculer l'espérance conditionnelle de X sachant $Y = \frac{1}{2}$.
- 1 e) Calculer $\text{COV}(X, Y)$.

Exercice 2 – Estimation : (4 points)

On considère $(x_1, \dots, x_1, \dots, x_n)$ le nombre de buts marqués par l'équipe du *Spartak Leningrad* à chaque rencontre de la saison. Sous l'hypothèse qu'il s'agit d'un échantillon i.i.d. de variables aléatoires de Poisson de paramètre λ (inconnu) :

- 1 a) Calculez la fonction de vraisemblance de l'échantillon.
- 1 b) Calculez la log-vraisemblance de l'échantillon.
- 1,5 c) En déduire l'estimateur du maximum de vraisemblance de λ .

On rappelle que si $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$, $P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$ pour tout $x \geq 0, \lambda > 0$.

- 0,5+ d) Peut-on justifier l'hypothèse que les $(x_1, \dots, x_1, \dots, x_n)$ sont des réalisations de VA de Poisson ?

Exercice 3 – Échantillonnage : (5 points)

Le patron du café du commerce a le choix pour les sucres dont il accompagne ses cafés entre :

- des morceaux de poids moyen 4 grammes avec une variance de 1 gramme,
- des bâchettes de 5 grammes en moyenne avec une variance de 0,5 grammes.

Les morceaux sont vendus par 225, les bâchettes par 200.

- 1,5 a) Par quelle loi est-il possible d'approximer la distribution du poids total d'un paquet de morceaux de sucres ? Sous quelles hypothèses ? Même question pour un paquet de bâchettes ?
- 1,5 b) Calculez la probabilité que le poids total des bâchettes d'un paquet soit inférieur à 990 g.
- 1 c) Quelle est la probabilité que dix paquets de morceaux pèsent plus que neuf paquets de bâchettes ? Explicitez les hypothèses de votre calcul.
- 1 d) Quelle est la probabilité que l'écart de poids entre dix paquets de morceaux et neuf paquets de bâchettes soit supérieur à 10 grammes ?

Exercice 4 – Tests et Intervalles de Confiance : (6 points → on n'enlève pas de points s'il y a des erreurs dans les applications numériques.)

On suppose que les notes du cours de statistique suivent une loi normale de moyenne μ et de variance σ^2 . On veut estimer μ et pour cela on dispose d'un échantillon que l'on suppose i. i. d. de taille $n = 49$. On observe $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = 9$ et $S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = 16$.

- 2,5 a) Construire un intervalle de confiance pour la moyenne au niveau 95%.
- 2 b) Construire et donner la conclusion d'un test au niveau 5% visant à rejeter l'hypothèse nulle que la moyenne des notes est supérieure à 10
- 1,5 c) Construire et donner la conclusion d'un test au niveau 5% visant à rejeter l'hypothèse nulle que la moyenne des notes est égale à 10.

Durée de la composition : **2 heures**

Justifiez toutes vos réponses.

Aucun document, *ni calculatrice*, n'est autorisé. Barème provisoire.

Idee générale du barème : les erreurs de calcul n'ont pas d'importance, en revanche les divagations incompréhensibles ne rapportent pas de point.

Exercice 1 – Distributions : (6 points)

Soit deux variable aléatoires notées X et Y dont la densité jointe est donnée par

$$f(x, y) = \begin{cases} c + x - xy & \text{si } x \in [0,1] \text{ et } y \in [0,1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

a) Calculer la valeur de la constante c pour que f(x, y) soit une densité de probabilité.

On veut $\int_{SW}^{VW} \int_{SW}^{VW} f(x, y) dx dy = 1$ (0,5 pt)

Or $\int_{SW}^{VW} \int_{SW}^{VW} f(x, y) dx dy = \int_0^1 \int_0^1 (c + x - xy) dx dy = \int_0^1 [cx + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}xy^2]_{x=0}^{x=1} dy = \int_0^1 (c + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}y) dy$

Cette quantité vaut encore $\int_0^1 (c + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}y) dy = [cy + \frac{1}{2}y - \frac{1}{4}y^2]_{y=0}^{y=1} = c + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = c + \frac{1}{4}$, qui vaut 1 si $c = \frac{3}{4}$ (1 pt)

On enlève 0,25 s'il y a une ou plusieurs erreurs de calcul. En revanche, si les calculs sont aberrants et le résultat final miraculeusement juste, on peut ne mettre que 0,25 pt.

b) Calculer la densité marginale de X.

$$f_X(x) = \begin{cases} \int_{SW}^{VW} f(x, y) dy & \text{si } x \in [0,1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (0,5 \text{ pt})$$

Dans le cas non-trivial où $x \in [0,1]$, $f_X(x) = \int_0^1 (c + x - xy) dy = [cy + xy - \frac{1}{2}xy^2]_{y=0}^{y=1} = c + x - \frac{1}{2}x$

Et donc $f_X(x) = \begin{cases} c + \frac{1}{2}x & \text{si } x \in [0,1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ (0,5 pt)

Idem, on enlève 0,25 s'il y a une ou plusieurs erreurs de calcul.

c) Calculer la fonction de répartition de X.

$F(x) = P(X \leq x)$ (0,5 pt) donc

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ \int_{SW}^F f(t) dt & \text{si } x \in]0,1[\\ 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \quad (0,5 \text{ pt})$$

Et enfin pour $x \in]0,1[$, $\int_{SW}^F f(t) dt = \int_0^x (c + \frac{1}{2}t) dt = [ct + \frac{1}{4}t^2]_{t=0}^{t=x} = cx + \frac{1}{4}x^2 = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}x^2$ (0,5 pt)

d) Calculer l'espérance conditionnelle de X sachant $Y = \frac{1}{2}$.

Définition du cours : $g_F(x|y) = \frac{k(F,I)}{k(I)}$ (0,5 pt)

Il faut donc calculer $f_1(y) = \int_{SW}^{VW} f(x, y) dx = \int_0^1 (c + x - xy) dx = [cx + \frac{1}{2}x^2 - xyx]_{x=0}^{x=1} = c + \frac{1}{2} - y$ si $x \in [0,1]$
0 sinon

On peut ensuite écrire :

$$g_F(x|y) = \frac{f(x, y)}{f_1(y)} = \begin{cases} \frac{\frac{3}{4} + x - xy}{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}y} & \text{si } x \in [0,1] \text{ et } y \in [0,1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Et plus particulièrement pour $Y = \frac{1}{2}$,

$$g_{F|X}(x|Y) = \frac{1}{2} \frac{f_{X,Y}(x, \frac{1}{2})}{f_Y(\frac{1}{2})} = \frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}x}{1} = \frac{3}{4} + \frac{1}{2}x \text{ si } x \in [0,1]$$

$$0 \text{ sinon}$$

(0,5 pt)

on enlève 0,25 s'il y a une ou plusieurs erreurs de calcul

On détermine ensuite $E(X|Y = \frac{1}{2}) = \int_0^1 x g_{F|X}(x|Y = \frac{1}{2}) dx = \int_0^1 x (\frac{3}{4} + \frac{1}{2}x) dx = \frac{3}{4}x + \frac{1}{6}x^2 \Big|_0^1 = \frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{13}{12}$

En fin de compte, on trouve 13/24.

e) Calculer $COV(X, Y)$.

Par définition, $COV(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$ (0,5 pt) avec

$$E(XY) = \int_0^1 \int_0^1 xy f_{X,Y}(x, y) dx dy = \int_0^1 \int_0^1 xy (\frac{3}{4} + \frac{1}{2}x) dx dy = \int_0^1 (\frac{3}{4}xy + \frac{1}{4}x^2y) dy$$

$$= \int_0^1 (\frac{3}{8}y^2 + \frac{1}{12}y^3) dy = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3} y^3 + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{4} y^4 \Big|_0^1 = \frac{1}{8} + \frac{1}{48} = \frac{13}{48}$$

$$E(X) = \int_0^1 x f_X(x) dx = \int_0^1 x (\frac{3}{4} + \frac{1}{2}x) dx = \int_0^1 (\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}x^2) dx = \frac{3}{8}x^2 + \frac{1}{12}x^3 \Big|_0^1 = \frac{3}{8} + \frac{1}{12} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

$$E(Y) = \int_0^1 y f_Y(y) dy = \int_0^1 y (\frac{5}{4} - \frac{1}{2}y) dy = \int_0^1 (\frac{5}{4}y - \frac{1}{4}y^2) dy = \frac{5}{8}y^2 - \frac{1}{12}y^3 \Big|_0^1 = \frac{5}{8} - \frac{1}{12} = \frac{15}{24} - \frac{2}{24} = \frac{13}{24}$$

Enfin il vient $COV(X, Y) = \frac{13}{48} - \frac{5}{12} \cdot \frac{13}{24} = \frac{13}{48} - \frac{65}{288} = \frac{26}{48} - \frac{65}{288} = \frac{144}{288} - \frac{65}{288} = \frac{79}{288}$ (0,5 pt pour tout le calcul... - on enlève 0,25 s'il y a une ou plusieurs erreurs de calcul)

Exercice 2 – Estimation : (4 points)

On considère (x_1, \dots, x_n) le nombre de buts marqués par l'équipe du *Spartak Leningrad* à chaque rencontre de la saison. Sous l'hypothèse qu'il s'agit d'un échantillon i.i.d. de variables aléatoires de Poisson de paramètre λ (inconnu) :

a) Calculez la fonction de vraisemblance de l'échantillon.

Par définition $\mathcal{L}(x_1, \dots, x_n, \lambda) = \prod_{i=1}^n P(X_i = x_i | X_i \sim \mathcal{P}(\lambda))$ (0,5 pt)

$$\mathcal{L}(x_1, \dots, x_n, \lambda) = \prod_{i=1}^n \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!} \text{ (0,5 pt)}$$

$$\mathcal{L}(x_1, \dots, x_n, \lambda) = e^{-n\lambda} \frac{\lambda^{\sum_{i=1}^n x_i}}{\prod_{i=1}^n x_i!}$$

(le calcul sera vraisemblablement étalé sur les trois questions, à titre indicatif on met des points à chaque étape du calcul)

b) Calculez la log-vraisemblance de l'échantillon.

$$\ln \mathcal{L}(x_1, \dots, x_n, \lambda) = \ln x_1 e^{-\lambda} \prod_{i=1}^n \frac{\lambda^{x_i}}{x_i!} = -\lambda n + \ln \lambda \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \ln x_i! \quad (1 \text{ pt})$$

c) En déduire l'estimateur du maximum de vraisemblance de λ .

L'estimateur du maximum de vraisemblance correspond au λ qui rend maximale la vraisemblance, donc qui annule la dérivée :

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}(F_1, \dots, F_n, \lambda)}{\partial \lambda} = -n + \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\lambda} \quad (0,5 \text{ pt})$$

$$\text{Et } \frac{\partial \ln \mathcal{L}(F_1, \dots, F_n, \lambda)}{\partial \lambda} = 0 \quad (0,5 \text{ pt}) \Rightarrow -n + \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\lambda} = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{x} \quad (0,5 \text{ pt})$$

On rappelle que si $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$, $P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$ pour tout $x \geq 0$, $\lambda > 0$.

d) Peut-on justifier l'hypothèse que les (x_1, \dots, x_n) sont des réalisations de VA de Poisson i.i.d. ?

Deux éléments d'explication :

- de manière intuitive, Poisson = typiquement loi de l'occurrence d'un phénomène « rare » (< 20 réalisations par période de temps) : le nombre de buts par match de foot entre dans cette catégorie, (0,5 pt)
- plus précisément Poisson = **distribution-limite d'une somme de VA indépendantes** (+0,25 pt) quand le nombre de réalisations potentielles est faible. Donc les VA avec des réalisations pas trop fréquentes seront de nature à être décrite par des variables de Poisson.

Exercice 3 – Échantillonnage : (5 points)

Le patron du café du commerce a le choix pour les sucres dont il accompagne ses cafés entre :

- des morceaux de poids moyen 4 grammes avec une variance de 1 gramme,
- des bâchettes de 5 grammes en moyenne avec une variance de 0,5 grammes.

Les morceaux sont vendus par 225, les bâchettes par 200.

a) Par quelle loi est-il possible d'approximer la distribution du poids total d'un paquet de morceaux de sucres ?

Si M_i est la variable aléatoire décrivant le poids d'un morceau de sucre, alors le poids d'un paquet de 225 mcx est donné par :

$$PM = \sum_{i=1}^{225} M_i \text{ avec } E(PM) = 225E(M_i) = 225 \times 4 = 900, V(PM) = 225V(M_i) = 225 = 15^M$$

On pourrait donc approcher la loi de PM par une normale d'espérance $(PM) = 900$ et de variance $V(PM) = 15^M$. (0,5 pt)

Sous quelles hypothèses ?

Pour montrer qu'une somme de variables aléatoires converge vers une distribution normale, il faut utiliser le théorème central limite, on doit donc vérifier que ses hypothèses sont ici réalisées. D'après l'énoncé, PM est une somme de variables aléatoires dont les moments d'ordre 1 et 2 sont identiques et finis. Le TCL a besoin de deux hypothèses supplémentaires :

- Les M_i variables sont identiquement distribuées
- Les M_i sont indépendantes (0,5 pt)

Si ces hypothèses supplémentaires sont vérifiées, alors PM converge en loi vers une distribution normale.

Même question pour un paquet de bâchettes ?

Si B_i est la variable aléatoire décrivant le poids d'une bâchette de sucre, alors le poids d'un paquet de 200 bâchettes est donné par

$$PB = \sum_{i=1}^{200} B_i \text{ avec } E(PB) = 200E(B_i) = 200 \times 5 = 1000, V(PB) = 200V(B_i) = 100 = 10^M$$

On pourrait donc approcher la loi de PB par une normale d'espérance $(PB) = 1000$ et de variance $V(PB) = 10^M$ (0,5 pt), en faisant sur le poids des bûchettes les mêmes hypothèses qu'on a faites sur le poids des morceaux de sucre.

b) Calculez la probabilité que le poids total des bûchettes d'un paquet soit inférieur à 990 grammes.

$$P(PB < 990) = P\left(\frac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{10} < \frac{990}{10}\right) \quad (0,5 \text{ pt}),$$

En suivant le TCL, on peut considérer que $Z = \frac{\sum_{i=1}^{10} X_i - 10000}{\sqrt{10000}}$ suit à peu près une distribution normale

centrée réduite, on peut donc écrire :

$$P\left(\frac{\sum_{i=1}^{10} X_i - 10000}{\sqrt{10000}} < -1\right) = \Phi(-1) \quad (0,5 \text{ pt}),$$

Où $\Phi(\cdot)$ est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite, et donc $\Phi(-1) = 1 - \Phi(1)$, soit $1 - 0,8413 = 0,1587$ (0,5 pt),

c) Quelle est la probabilité que dix paquets de morceaux pèsent plus que neuf paquets de bûchettes ?
Explicitiez les hypothèses de votre calcul.

D , la différence entre le poids de 10 paquets de morceaux et 9 paquets de bûchettes peut être approché par une variable normale d'espérance $10 \times 900 - 9 \times 1000 = 0$ sous l'ensemble des hypothèses de la question a) ci-dessus PLUS l'hypothèse supplémentaire que les poids des morceaux sont indépendants des poids des bûchettes (0,5 pt)

Dès lors, comme la distribution normale est symétrique, $P(D \leq 0) = P(D > 0) = \frac{1}{2}$. Il y a donc une chance sur deux que les morceaux pèsent plus que les bûchettes, et réciproquement, une chance sur deux que les bûchettes pèsent plus que les morceaux (0,5 pt)

d) Quelle est la probabilité que l'écart de poids entre dix paquets de morceaux et neuf paquets de bûchettes soit supérieur à 10 grammes ?

On a déjà établi que $E(D) = 0$, on a besoin maintenant de $V(D)$ pour répondre à la question. Comme on a fait l'hypothèse d'indépendance des poids, on a $V(D) = 10 \times 225 + 9 \times 100 = 3150 \sim 56^M$ (0,5 pt)

$$P(D \geq 10) = P\left(\frac{D - E(D)}{\sqrt{V(D)}} \geq \frac{10 - 0}{\sqrt{3150}}\right)$$

Avec $Z = \frac{D - E(D)}{\sqrt{V(D)}}$ qui suit à peu près une distribution normale centrée réduite, on peut donc écrire :

$$P(|D| \geq 10) = P\left(\frac{D - E(D)}{\sqrt{V(D)}} \geq \frac{10}{\sqrt{3150}}\right) + P\left(\frac{D - E(D)}{\sqrt{V(D)}} \leq -\frac{10}{\sqrt{3150}}\right) = 2 \times \left[1 - \Phi\left(\frac{10}{\sqrt{3150}}\right)\right] \quad (0,5 \text{ pt})$$

Exercice 4 – Tests et Intervalles de Confiance : (5 points)

On suppose que les notes du cours de statistique suivent une loi normale de moyenne μ et de variance σ^M . On veut estimer μ et pour cela on dispose d'un échantillon que l'on suppose i. i. d. de taille $n = 49$. On observe $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = 9$ et $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = 16$.

a) Construire un intervalle de confiance pour la moyenne au niveau 95%.

Pour construire un intervalle de confiance, il faut une statistique pivotale dont on connaît la loi, ici on

prend $T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$ (0,5 pt) et rappeler que $T \sim \mathcal{T}(n-1)$ (0,5 pt)

On peut donc écrire $IC_{95\%}(\mu) = \left[\bar{X} \pm t_{\alpha/2; n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}\right]$ (0,5 pt)

Problème, on n'a pas $t_{\alpha;Y,\infty;n}$ dans la table, mais $t_{\alpha;Y,\infty;n}$ et $t_{n;Y,\infty;n}$. En fait, $t_{n;Y,\infty;n}$ est inférieur à $t_{\alpha;Y,\infty;n}$, donc si on prend $t_{n;Y,\infty;n}$ pour l'application numérique, on aura un IC tel qu'il y a moins de 95% de chances que μ y soit. Il faut donc prendre $t_{\alpha;Y,\infty;n}$ ou une combinaison linéaire (par ex. $\frac{g_{\mu;f,0,00}V^{\wedge} \times g_{\sigma;f,0,00}}{n}$). (0,5 pt)

Ceci dit, on met quand même (0,5 pt) de plus pour l'application numérique avec $t_{\alpha;Y,\infty;n}$, $t_{n;Y,\infty;n}$ ou une CL des deux, par ex.

$$IC_{n\%}(\mu) = \bar{X}_n \pm t_{\alpha;Y,\infty;n} \frac{s}{\sqrt{n}} = \left[\bar{X}_n \pm 2,021 \frac{s}{\sqrt{49}} \right] = [9 \pm 1,155] = [7,845; 10,155]$$

Et on n'enlève pas de points s'il y a des erreurs dans les applications numériques.

b) Construire et donner la conclusion d'un test au niveau 5% visant à rejeter l'hypothèse nulle que la moyenne des notes est supérieure à 10

Il faut d'abord définir le problème de test :

$$H_0: \mu \geq 10$$

$$\neq H_1: \mu < 10 \quad (0,5 \text{ pt})$$

Puis choisir une statistique de test et donner sa loi : $T = \frac{\bar{X}_n - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim \mathcal{T}(n-1)$ (0,5 pt)

La région de rejet est évidemment de la forme $T < k$ avec $k = -t_{\alpha;Y,\infty;n} = -1,678$ (en approchant $t_{\alpha;Y,\infty;n}$ par $\frac{g_{\mu;f,0,00}V^{\wedge} \times g_{\sigma;f,0,00}}{n}$) (0,5 pt)

Application numérique : ici la stat $\frac{\bar{X}_n - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$ vaut $\frac{9 - 10}{\frac{1,155}{\sqrt{49}}} = -1,75 < -1,678$ donc on rejette

l'hypothèse que les notes sont en moyenne supérieures à 10. (0,5 pt)

c) Construire et donner la conclusion d'un test au niveau 5% visant à rejeter l'hypothèse nulle que la moyenne des notes est égale à 10.

Le problème de test est maintenant :

$$H_0: \mu = 10$$

$$\neq H_1: \mu \neq 10 \quad (0,5 \text{ pt})$$

La stat de test est inchangée mais la région de rejet est bien entendu l'intervalle

$$]-\infty; -t_{\alpha;Y,\infty;n}[\cup]t_{\alpha;Y,\infty;n}; +\infty[\quad (0,5 \text{ pt})$$

Soit $]-\infty; -2,012[\cup]2,012; +\infty[$ et comme la stat vaut toujours $= -1,75$, on ne rejette pas H_0 . (0,5

pt)