



UFR 2
SCIENCES ECONOMIQUES


**ADMISSIONS
PARALLÈLES**
CARTESIA EDUCATION

ANNALES DE SUJET D'EXAMEN

L I C E N C E
I
S E M E S T R E 1

Liste de conseils pour tout savoir sur vos partiels

Nous vous avons concocté une liste de conseils pour tout savoir sur vos partiels :

- Vérifier la salle d'examen sur la convocation.
- Regarder si vous avez un placement attribué.
- Vérifier que vous avez bien votre carte d'étudiant ou une pièce d'identité.
- Vous renseigner sur les documents/ appareils autorisés lors de l'épreuve (calculatrice, dictionnaire pour les étudiants étrangers, ect).

→ Lors de l'examen :

L'anonymat des copies vous est garanti pour chaque épreuve écrite. Les copies doivent être anonymes : soit via un coin à rabattre, soit via un code barre.

Tiers-temps : ceux d'entre vous en ayant fait la demande au préalable doivent se rendre dans la salle indiquée sur leur convocation, salle qui réunit toutes les personnes bénéficiant de temps supplémentaire.

Si vous êtes en retard à une épreuve, vous ne pouvez pas vous voir refuser l'accès à la salle d'examen avant que *le premier tiers du temps de l'épreuve ne soit écoulé*. Mieux vaut partir en avance, surtout si votre centre d'examen est hors de Paris.

La sortie est autorisée au bout d'une heure.

L'usage du téléphone portable est interdit, celui-ci doit être rangé et *éteint*. La possession d'un appareil électronique (smartphone, MP3, autre), constitue un soupçon de fraude, même si vous ne l'utilisez pas.

→ En cas de suspicion de fraude :

Le droit de finir votre épreuve ne peut pas vous être retiré. C'est essentiel, si vous n'êtes pas reconnu coupable de fraude, votre épreuve sera notée comme tout le monde et cette note figurera à votre dossier universitaire.

Bien entendu, mieux vaut ne pas tricher. Cependant, si vous vous trouvez suspecté e fraude (chose qui peut arriver), n'hésitez pas à nous joindre au plus vite à l'adresse representation.fedeparis1@gmail.com afin que nous vous assistons pendant ka procédure disciplinaire qui s'ensuivra.

En cas de question, d'incident ou d'irrégularité dans le déroulement de vos examens, n'hésitez pas à contacter vous élus UFR ADES Sorbonne ou Fédé Paris 1 – Panthéon Sorbonne.

Bon courage et à très vite !

L'ADES

UFR 02 Sciences économiques

Table des matières :

Introduction générale à l'économie	1
Problème économique contemporains	18
Comptabilité d'entreprise	24
Mathématiques	55
Statistiques et informatique	71

Commentaire de texte. « Pétrole : les gagnants et les perdants de la chute des cours », A. Eveno et J.-M. Bezat, *Le Monde*, 28 novembre 2014 .

« En décidant, jeudi 27 novembre, de ne pas réduire leur production de pétrole, les douze pays membres de l'Opep ont accepté que la chute des cours de l'or noir entamée depuis le début de l'été s'accélére. Vendredi 28 novembre à l'ouverture à New York, le baril de pétrole WTI a ouvert en baisse de 4,40 dollars à par rapport à mercredi soir, à 69,29 dollars. (...) Depuis la mi-juin, les cours se sont effondrés de 35 %. Entre la fin de 2010 et mi-2014, les prix du brut étaient contenus dans une bande allant de 100 à 120 dollars.

Ce changement de la donne fait des gagnants et des perdants.

Un coup de pouce pour les économies européennes importatrices d'or noir.

Les pays occidentaux importateurs de pétrole bénéficient de la baisse des cours à plusieurs titres comme le montre l'exemple de la France. Ses importations (toutes énergies confondues) ont atteint 66 milliards d'euros en 2013. « Sa facture sera réduite d'au moins 5 milliards d'euros en 2014 », estime COE-Rexecode. La baisse de 16 % du Brent [pétrole vendu à Londres] entre septembre 2013 et octobre 2014 va aussi entraîner, selon l'Institut, un recul de 0,2 % des prix de la production. Dans l'industrie, le phénomène gonflera l'excédent brut d'exploitation de 2,9 %, soit 2 milliards d'euros, et son impact sera « supérieur à celui du crédit d'impôt compétitivité-emploi (CICE) » en 2014. (...)

Cette baisse devrait tout de même « accroître le niveau du PIB de la zone euro de 0,5 % au total sur deux ans, soit 0,25 % par an », calcule-t-il. Son estimation rejoint celle du Fonds monétaire international (FMI), qui indique qu'un recul de 30 % du prix du brut accroît le PIB mondial de 0,2 point.

Le pouvoir d'achat des automobilistes dopé.

Les automobilistes sont les premiers à bénéficier de la baisse. Les prix du gazole et de l'essence ont retrouvé leur niveau de décembre 2010, indique le ministère de l'écologie et de l'énergie. La baisse se fait plus nette sans le poids des taxes (TVA et TIPCE), qui représentent 60 % du prix de l'essence et 52 % du prix du gazole. Une fiscalité lourde que ne connaissent pas les Américains, pour lesquels le gain de pouvoir d'achat sera beaucoup plus important. (...)

Les compagnies pétrolières à la peine.

La baisse des cours du pétrole peut menacer certains investissements très coûteux et menacer les approvisionnements à moyen terme. « Certains groupes pétroliers reconsidèrent leur participation à de gros projets, du Canada à l'Angola, prévient J'AIÉ. Les retards des réductions de coûts affecteront les perspectives d'approvisionnement à plus long terme plutôt que la production à court terme. »

Aux Etats-Unis, les compagnies pétrolières n'ont pas été dissuadées d'investir par la chute des cours. Dans certaines régions, la productivité a augmenté notamment grâce à la réduction de la durée des forages, et le coût d'exploitation du baril d'huile de schiste n'excède pas 50 dollars. Mais certaines compagnies ont annoncé qu'elles feraient moins de forages en 2015.

Résultat, les compagnies européennes du secteur pétrolier souffrent en Bourse. En début de séance à Paris, vendredi, Total perdait 4,58 %. Maurel et Prom 4 % et Technip 2,98 %. (...)

Une instabilité politique pour certains pays.

La chute des cours accroît les risques d'instabilité dans des pays exportateurs de pétrole, incapables de financer leur politique sociale. C'est le cas du Venezuela, du Nigeria, de l'Irak, de l'Iran, de l'Algérie et de la Libye, où le « prix d'équilibre » pour boucler le budget se situe très au-dessus de la barre des 100 dollars le baril. On comprend pourquoi ils ont plaidé, à Vienne, pour des mesures vigoureuses, contrairement aux pétromonarchies du Golfe qui ont les poches bien plus profondes.

La Russie, particulièrement ex posée.

Le budget russe dépend pour plus de la moitié des recettes des hydrocarbures. Or cette chute des cours du brut se conjugue à la fuite massive des capitaux depuis un an et aux sanctions prises par le SOCCIDEN pour punir Moscou de ses interventions armées en Ukraine. Moscou a certes des réserves de devises, mais l'effondrement du rouble par rapport au dollar et à l'euro inquiète de plus en plus les consommateurs russes. Selon certains analystes, l'Arabie saoudite cherche à maintenir des prix bas pour dissuader la Russie (et la Chine) à investir dans leurs réserves de pétrole de schiste, plus coûteux à exploiter.

Un risque économique: l'effet déflationniste.

Cette baisse des cours peut aussi réduire l'inflation dans des proportions excessives. S'il est limité en Europe, où le poids de la fiscalité sur les carburants réduit ces tensions déflationnistes, le risque est bien réel ailleurs. «D'où, selon M. Artus, un risque de hausse des taux d'intérêt réels et de déflation dans certains pays. »

Un mauvais coup pour la transition énergétique.

La chute des prix du brut, qui tire aussi vers le bas ceux du gaz, peut dissuader les gouvernements et les industriels de remplacer les énergies fossiles par des énergies renouvelables (éolien, solaire, etc.) devenues moins compétitives. »

- 1) Pour quelles raisons le marché du pétrole n'est-il pas un marché comme les autres? Comment peut-on caractériser la concurrence qui prévaut sur ce marché ?
- 2) Pour quelles raisons le prix du pétrole a-t-il baissé ces derniers mois ?
- 3) Pourquoi cette baisse peut-elle dissuader certaines compagnies productrices de pétrole ou de gaz de schiste de développer leur activité ?
- 4) Par quels canaux le prix du pétrole influence-t-il l'économie mondiale? Quels sont les effets positifs et négatifs qu'on peut en attendre.
- 5) Pourquoi cette baisse du prix du pétrole contrecarre les objectifs de transition énergétique ? Dans ces conditions, que pourraient faire les gouvernements nationaux pour accélérer cette transition ?
- 6) Qu'est-ce que la déflation et pourquoi menace-t-elle notamment en Europe? Quelles conséquences peut-elle avoir sur l'économie et sur les finances publiques ?

Exercice. Evasion fiscale

Deux entreprises identiques sont présentes sur un marché. On appelle p le prix et Q la quantité totale demandée ou offerte. La demande est $Q = 19 - p$. Les fonctions d'offre sont $q_1 = p - 4$ et $q_2 = p - 4$.

Pour chacune des questions vous remplirez le tableau ci-dessous que vous aurez reproduit sur votre copie.

- 1) Ecrivez la condition d'équilibre de marché. Quel est le prix d'équilibre et quelles sont les quantités échangées ?
- 2) On suppose qu'une taxe T par unité de bien est mise en place. p désigne maintenant le prix payé par le consommateur. Comment s'écrit algébriquement le prix par unité gagnée par chaque entreprise? Ecrivez la condition d'équilibre de marché et déterminez le prix d'équilibre et les quantités échangées si $T = 6$. Les entreprises et les consommateurs ont-ils gagné ou perdu à l'instauration de la taxe? Justifiez votre réponse.
- 3) Représentez sur un graphique les courbes d'offre et demande totales en l'absence de taxe et en présence de la taxe. On portera sur l'axe vertical le prix p payé par les consommateurs.
- 4) On suppose maintenant que l'entreprise 1 parvient à échapper à la taxe, tandis que l'entreprise 2 la paye. Tous les consommateurs payent le même prix quelle que soit l'entreprise à laquelle ils s'adressent. Réécrivez les offres q_1 et q_2 puis la condition d'équilibre du marché ; déterminez le prix d'équilibre et les quantités échangées si T est toujours égal à 6. Représentez cette troisième situation (taxe avec évasion fiscale) sur le graphique de la question 3.
- 5) Utilisez le tableau pour comparer les trois situations. Interprétez intuitivement les résultats obtenus. Comparez en particulier les situations sans taxe et avec évasion. Laquelle de ces deux situations est la meilleure pour chacune des entreprises? Expliquez pourquoi.

	Prix payé par le consommateur	Prix reçu par l'entreprise 1	Quantité vendue par l'entreprise 1	Prix reçu par l'entreprise 2	Quantité vendue par l'entreprise 2
Sans taxe					
Avec taxe					
Avec évasion fiscale					

IGE - Corrigé du partiel du 10 janvier 2015

Commentaire de t exte « Pétrole : les gagnants et les perdants de la chute des cours ».

- 1) L' OPEP peut s' apparenter à un cartel ; certains pays ont une part de la production mondiale suffisamment importante pour être des faiseurs de prix ; concurrence oligopolistique ; le pétrole est une ressource non « productible » et non renouvelable, etc.
- 2) On peut évoquer à la fois une baisse de la demande liée au ralentissement de l'activité mondiale mais peut-être encore davantage (si on suit l' article) une augmentation importante de l' offre par certains pays producteurs, notamment l'Arabie Saoudite.
- 3) Les coûts d' extraction sont tantôt faibles dans certains pays (Moyen-Orient), tantôt élevés (gisements profonds et/ou en mer, etc.) Ainsi, avec des coûts marginaux de production croissants, toute baisse du prix peut dissuader les producteurs dans les zones où les coûts d' extraction sont élevés (et inférieurs au prix) d' entrer sur le marché. On peut généraliser ce raisonnement aux coûts d' extraction des gaz ou huiles de schiste (substituts du pétrole). C' est vraisemblablement une des raisons ayant poussé l' Arabie Saoudite à maintenir une offre très importante ces derniers mois (même si on peut aussi invoquer des facteurs géopolitiques, tels que les tensions entre l' Arabie Saoudite et l' Iran ou la Russie par exemple).
- 4) L' énergie et le pétrole entrent dans les coûts de production des entreprises de même que dans les dépenses de consommation des ménages (transport ou chauffage). Le pétrole entre aussi dans le coût de transport des marchandises. Une baisse du prix du pétrole peut ainsi stimuler à la fois l' offre des producteurs et la demande des consommateurs pour les biens produits au niveau national (on insiste généralement sur le choc positif d' offre). Cela stimule donc l' activité économique, ce qui constitue l' aspect positif de la baisse du prix du pétrole.

Néanmoins, la baisse du prix du pétrole fait baisser les prix sur les marchés de biens, ce qui risque d' accentuer le risque déflationniste qui frappe actuellement les pays d' Europe. La baisse du prix du pétrole ne fait pas les affaires de certains pays producteurs de pétrole. La baisse du prix du pétrole réduit également l' incitation à utiliser des énergies moins « polluantes » ou émettant moins de gaz à effet de serre. Ce sont les aspects négatifs de la baisse actuelle du prix du pétrole.

- 5) Un prix du pétrole élevé réduit l' écart entre le prix des énergies vertes ou propres (mais dont le coût de production reste relativement élevé aujourd' hui) et le prix des énergies qui participent au réchauffement climatique. Un prix élevé du pétrole rend ainsi la transition énergétique moins coûteuse en termes relatifs. La baisse actuelle du pétrole provoque l' effet inverse et constitue une incitation financière pour les agents à consommer davantage de pétrole... Dans ces conditions, les pouvoirs publics peuvent tenter de réduire cet écart de prix par la fiscalité (taxe carbone, subvention des énergies renouvelables, etc.)
- 6) La déflation traduit une baisse des prix (inflation négative). La stagnation/récession qui frappe actuellement l' Europe (en partie alimentée par des politiques d' austérité dans certains pays) est à l' origine de cette menace déflationniste. En période de déflation, les agents anticipent la baisse à venir des prix et diffèrent dans le temps une partie de leurs dépenses de

consommation, ce qui accentue encore la récession et la baisse des prix ! La déflation renchérit également le coût réel de l'endettement, pour les ménages mais aussi pour les entreprises et pour les Etats. Elle se traduit notamment par de moindres rentrées fiscales, ce qui complique la situation financière des Etats.

Exercice. Evasion fiscale

1)) Offre globale = $2(p - 4)$

L'équilibre ($p = p$) s'écrit $2(p - 4) = 19 - p$, ce qui donne

$$p = 9, \quad Q = 10, \quad q_1 = q_2 = 5$$

2) Chaque entreprise reçoit $p - T$ par unité vendue. La condition d'équilibre est $(p - T) = p$ soit:

$$2(p - T - 4) = 19 - p$$

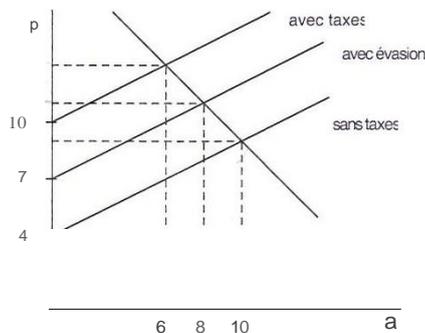
$$2(p - 10) = 19 - p$$

ce qui donne :

$$p = 13, \quad p - T = 7, \quad Q = 6, \quad q_1 = q_2 = 3.$$

Les consommateurs et les entreprises ont perdu à l'imposition de la taxe. Les premiers payent chaque unité au prix $p = 13$, supérieur au prix antérieur égal à 9. Ils consomment une quantité $Q = 6$ inférieure à la quantité précédente égale à 10. Leur surplus baisse. Les secondes vendent chacune une quantité q inférieure à un prix inférieur. Leur surplus, c'est-à-dire leur profit, a baissé.

3)



Nota. En toute rigueur, la courbe avec évasion fiscale est coudée et s'écrit

$$Q = 0 \text{ si } p < 4$$

$$Q = p - 4 \text{ si } 4 \leq p < 10$$

$$= 2p - 14 \text{ si } p \geq 10 \text{ (voir question 4).}$$

$$4) \quad q_1 = p - 4$$

$$q_2 = p - T - 4$$

$$Q = q_1 + q_2 = 2p - T - 8$$

La condition d'équilibre de marché est maintenant

$$2p - T - 8 = 19 - p$$

$$2p - 6 - 8 = 19 - p$$

ce qui donne :

$$p = 11, \quad p - 6 = 5, \quad q_1 = 7, \quad q_2 = 1$$

5)

	Prix payé par le consommateur	Prix reçu par l'entreprise 1	Quantité vendue par l'entreprise 1	Prix reçu par l'entreprise 2	Quantité vendue par l'entreprise 2
Sans taxe	9	9	5	9	5
Avec taxe	13	7	3	7	3
Avec évasion fiscale	11	11	7	5	1

Les consommateurs sont dans une situation intermédiaire entre les deux situations précédentes. Le marché est moins taxé, le prix d'équilibre plus bas et la quantité produite plus haute que dans la situation sans évasion. Les consommateurs gagnent à l'évasion fiscale.

L'entreprise qui pratique l'évasion gagne évidemment par rapport à la situation où elle paye la taxe. Mais elle gagne aussi par rapport à la situation sans taxe, alors que l'entreprise honnête perd par rapport à cette même situation. L'évasion rend plus compétitive l'entreprise qui la pratique, et donc moins compétitives les entreprises honnêtes.

Université Paris I - UFR d'économie - LI - Janvier 2016
INTRODUCTION GENERALE A L'ECONOMIE
Cours d'Antoine d'Autume, Nicolas Canry et Ange la Greulich
Lundi 11 janvier 2016, de 8h00 à 10h00.
Durée : deux heures. Pas de documents, pas de calculatrice.

L. Question. Qu'est-ce qu'un bien supérieur ou un bien de luxe dans l'analyse du comportement du consommateur?

Z. Commentaire de texte. « Rapprochement Orange/Bouygues : les forfaits risquent-ils d'augmenter ? », par Marie Théobald, « Le Figaro », Mercredi 5 janvier 2016.

(...) Le groupe industriel et de construction Bouygues négocie avec le numéro un des télécoms, Orange, pour lui vendre sa filiale dans les télécommunications, Bouygues Telecom, au troisième rang national.

Selon l'association de défense des consommateurs UFC-Que Choisir, un passage de quatre à trois opérateurs en France pourrait menacer « la continuité des investissements, gages d'un large accès au très haut débit », tout en provoquant une hausse des tarifs pour les clients. Avant l'arrivée de Free début 2012, cette configuration à trois entre SFR, Orange et Bouygues Telecom à l'époque, « faisait de la France le pays où les prix des abonnements étaient 25% plus élevés que la moyenne européenne, et qui avait donné lieu à des pratiques sévèrement condamnées par le Conseil de la concurrence », rappelle ainsi l'UFC pour justifier son point de vue.

Sylvain Chevallier, associé chez BearingPoint, cabinet de conseil en télécommunications, est plus nuancé : « J'ai du mal à croire que le simple passage du nombre d'opérateurs de quatre à trois se traduise par une hausse des prix. S'ils augmentent, ce sera pour accompagner une amélioration significative de l'offre. Par exemple, la 5G ». Sylvain Chevallier croit plutôt en une « stabilisation des prix ». En effet, le nombre d'opérateurs passant de quatre à trois, les parts de marché pour chacun vont mécaniquement augmenter sans avoir besoin, non plus, de baisser les prix pour conquérir de nouveaux abonnés. « Cette stabilisation des prix pourrait permettre aux acteurs de se concentrer sur les investissements dans la fibre et la 4G », ajoute l'analyste. (...)

Cette fois, les opérateurs s'attacheraient davantage à la qualité du service qu'à la chute des prix pour attirer de nouveaux clients. (...) « Aujourd'hui les consommateurs cherchent un prix avantageux mais pas seulement. Ils sont aussi préoccupés par la qualité du réseau, la couverture 4G et la relation client. On peut tout à fait récupérer les clients des autres sans agressivité commerciale », avance Sylvain Chevallier. Ainsi les consommateurs continueront-ils à changer d'opérateur : certains pour le prix, d'autres pour la qualité. « Il n'y a donc pas de raison majeure que le taux de résiliation s'effondre d'un coup. L'intensité concurrentielle ne se mesure pas au nombre d'acteurs mais à la capacité des acteurs à récupérer des clients sur le marché », signale l'analyste.

La possible fusion sera suspendue à une acceptation par les autorités de la concurrence en France et à Bruxelles. Mais la position de la Commission européenne s'est durcie au cours des derniers mois, la commissaire à la Concurrence Margrethe Vestager préférant la consolidation supranationale à des rapprochements entre opérateurs nationaux. « Nous comptons 140 opérateurs mobiles dans l'Union européenne (UE). Pour une population équivalente, aux États-Unis, ils ne sont que quatre. Leurs coûts fixes sont donc moins élevés, en outre, les prix sont plus hauts. L'idée est de raisonner à l'échelle de l'UE. (...)

Le nouvel ensemble représenterait plus de 60% de part de marché en valeur, et 54% en ce qui concerne le nombre de clients, sur le mobile, très loin devant Orange-SFR avec 30,3% du marché, et Free, à 15,7% en nombre d'abonnés. À l'heure actuelle, Orange concentre un peu plus de 38% des clients mobiles, alors que Bouygues s'intercale entre Orange-SFR et Free, avec 16,2% de part de marché.

1. On étudie le marché d'un (unique) forfait téléphonique. Représentez ce que serait l'équilibre de libre concurrence, q et p , sur un graphique où le nombre d'abonnés, q , est porté sur l'axe horizontal et le prix du forfait, p , sur l'axe vertical.
2. Indiquez approximativement sur ce graphique la situation d'équilibre d'un marché de monopole et celle d'un marché d'oligopole. Quelle incidence cela a-t-il sur les consommateurs et sur les entreprises présentes sur le marché (expliquez notamment l'évolution des surplus par rapport à la situation de concurrence parfaite).

3. Quel effet peut-on attendre sur le marché français des télécommunications de l'entrée d'un nouvel opérateur (comme Free il y a quelques années)? Et de la fusion de Bouygues-Télécom et Orange?
4. Pour quelle(s) raison(s) objective(s) le marché des télécommunications n'est-il pas en concurrence parfaite dans la réalité?
5. À partir des textes traitant de la concurrence étudiés en TD, commentez les propos de Sylvain Chevallier dans l'article. Pourquoi des entreprises exposées à une faible concurrence peuvent-elles néanmoins appliquer un prix proche de celui en concurrence parfaite?
6. Que surveille l'Autorité de la concurrence sur des marchés d'oligopole? Pour quelle raison précise pourrait-elle refuser la fusion de Bouygues-Télécom et Orange?
7. Pourquoi une consolidation du marché européen (par fusion d'entreprises) pourrait-elle profiter aux consommateurs de cette zone?

J. Exercice.

On considère deux pays identiques, c'est-à-dire ayant les mêmes fonctions de consommation et d'importation, mais pouvant adopter des politiques différentes. Les deux pays procèdent entre eux à des exportations X et des importations M . Le monde se réduit à ces deux pays.

On note Y , G et T le produit national, les dépenses publiques et le montant des impôts en France. Les mêmes lettres, avec l'indice e , désignent les grandeurs du pays étranger. Les propensions à consommer et à importer sont c et m .

L'équilibre keynésien dans les deux pays est représenté par les deux conditions suivantes :

$$Y = c(Y - T) + G + mY_e - mY$$

$$Y_e = c(Y_e - T_e) + G_e + mY - mY_e$$

1. Que représente $mY_e - mY$ dans la première équation? Expliquez.

On prend provisoirement (question 1) Y_e comme donné. Calculez la valeur du produit national français Y en fonction de G , T et Y_e . Combien vaut le multiplicateur de dépenses publiques? Donnez le signe de l'influence de G , T et Y_e sur Y . Expliquez ces résultats.

2. On suppose que les pays adoptent les mêmes politiques budgétaires et fiscales. On a donc $G_e = G$ et $T_e = T$. Comme les pays sont identiques, on aura $Y_e = Y$. Utilisez alors la première équation ci-dessus pour déterminer Y algébriquement en fonction de G et T puis en supposant $c = 2/3$, $m = 1/3$. Quel est l'impact du commerce extérieur sur le niveau du produit national? Expliquez.

3. On suppose maintenant que les deux pays adoptent des politiques publiques différentes. On admet que la résolution du système initial pour la France donne:

$$Y = 2(G - (2/3)T) + (G_e - (2/3)T_e)$$

Par ailleurs, l'excédent de balance commerciale de la France est:

$$X - M = \frac{G_e - G - c(T_e - T)}{1 - c + 2m} = \frac{1}{3} [fG_e - (2/3)T_e - (G - (2/3)T)]$$

Expliquez intuitivement l'influence de G , T , G_e , et T_{esur} le produit national et le solde commercial de la France.

4. Concluez en comparant les effets d'une relance budgétaire isolée (en France) et d'une relance budgétaire simultanée des deux pays.

Université Paris I - UFR d'économie - L1 - Janvier 2016
INTRODUCTION GENERALE A L'ECONOMIE
Cours d'Antoine d'Autume, Nicolas Canry et Angela Greulich
Lundi 11 janvier 2016, de 8h00 à 10h00.
Durée : deux heures. Pas de documents, pas de calculatrice.

Corrigé

Barème total sur 21,5 points, dont 1 point de bonus.

L. Question : qu'est-ce qu'un bien supérieur ou un bien de luxe dans l'analyse du comportement du consommateur ? 2,5 points.

Bien supérieur et bien de luxe sont en fait des notions équivalentes : il s'agit de biens dont la demande augmente plus que proportionnellement avec le revenu des consommateurs ou, en termes plus simples mais plus approximatifs, « plus vite » que le revenu, c'est-à-dire des biens dont l'élasticité-revenu est supérieure à 1.

Z. Commentaire de texte, 9 points+ 0,5 point de bonus

1. On étudie le marché d'un (unique) forfait téléphonique. Représentez ce que serait l'équilibre de libre concurrence q et p , sur un graphique où le nombre d'abonnés, q , est porté sur l'axe horizontal et le prix du forfait, p , sur l'axe vertical.

Voir graphique ci-dessous. CP= Concurrence parfaite.

2. Indiquez approximativement sur ce graphique la situation d'équilibre d'un marché de monopole et celle d'un marché d'oligopole. Quelle incidence cela a-t-il sur les consommateurs et sur les entreprises présentes sur le marché (expliquez notamment l'évolution des surplus par rapport à la situation de concurrence parfaite).

Voir graphique ci-dessous.

Le prix du forfait augmente et le nombre d'abonnés diminue avec la concentration du secteur. Apparition d'une perte sèche, qui atteint son maximum en situation de monopole. Le surplus des entreprises est supérieur en concurrence imparfaite à leur surplus en concurrence parfaite.

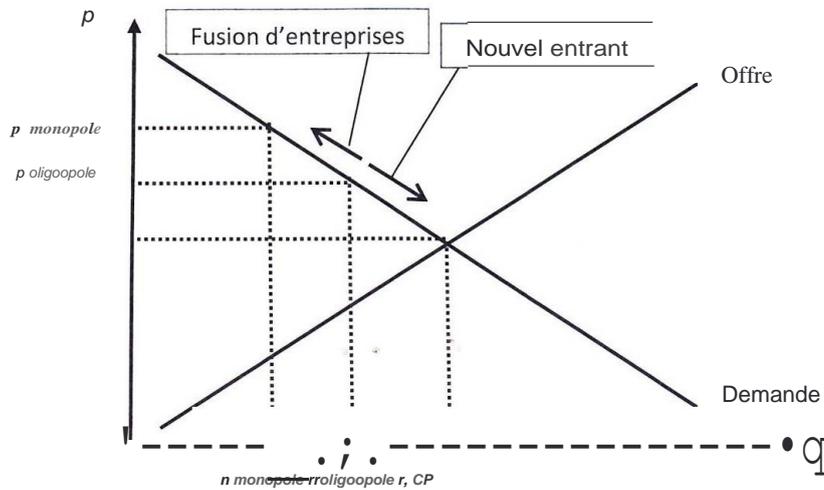
3. Quel effet peut-on attendre sur le marché français des télécommunications de l'entrée d'un nouvel opérateur (comme Free il y a quelques années)? Et de la fusion de Bouygues-Télécom et

Orange?

Voir graphique ci-dessous.

Sur un marché d'oligopole, tout nouvel entrant devrait en théorie rapprocher le marché de la situation de concurrence parfaite en élevant le degré de concurrence : baisse des prix et augmentation des quantités.

Inversement, toute fusion rapproche le marché d'une situation de monopole où la concurrence entre offreurs disparaît : hausse du prix et baisse des quantités.



4. Pour quelle(s) raison(s) objective(s) le marché des télécommunications n'est-il pas en concurrence parfaite dans la réalité ?

C'est l'existence de coûts fixes élevés sur ce type de marché (où la couverture du territoire est très coûteuse) qui explique objectivement le faible nombre d'entreprises sur le marché (qui permet de profiter d'économies d'échelle : réduction du coût fixe par unité produite).

5. A partir des textes traitant de la concurrence étudiés en TD, commentez les propos de Sylvain Chevallier dans l'article. Pourquoi des entreprises exposées à une faible concurrence peuvent-elles néanmoins appliquer un prix proche de celui en concurrence parfaite?

Référence à J. Schumpeter : la concurrence sur les marchés ne passe pas uniquement par les prix. D'autres facteurs peuvent entrer en ligne de compte, notamment la qualité des produits ou les services associés au bien vendu.

D'autre part, les entreprises peuvent appliquer des prix concurrentiels si l'entrée de nouvelles firmes sur le marché est possible (si le monopole est contestable, cf. W. Baumol), c'est-à-dire s'ils subissent la concurrence d'entrants potentiels.

6. Que surveille l'Autorité de la concurrence sur des marchés d'oligopole ? Pour quelle raison précise pourrait-elle refuser la fusion de Bouygues-Télécom et Orange?

L'Autorité de la concurrence veille à ce que les entreprises du marché ne constituent pas un cartel (qu'elles ne passent pas des ententes sur le prix de marché), ce qui serait préjudiciable au consommateur (prix et quantité de monopole à l'équilibre).

Elle veille aussi sur le degré de concentration, en s'assurant notamment que les fusions ne conduisent pas à des situations de monopole (ou quasi-monopole) sur les marchés. Dans le texte, il est indiqué que le groupe fusionné représenterait plus de 60% de part de marché en valeur, ce qui semble important.

7. Pourquoi une consolidation du marché européen (par fusion d'entreprises) pourrait-elle profiter aux consommateurs de cette zone?

La consolidation au niveau européen devrait permettre une réduction des coûts fixes par unité de bien (forfait) vendue sans forcément réduire la concurrence. Cela implique une ouverture plus importante des marchés nationaux à la concurrence étrangère. Cela réduirait le nombre global d'opérateurs au niveau européen, très élevé par comparaison avec le marché américain. L'idée est qu'il faut apprécier la concentration au niveau européen plutôt que national, et encourager la création ou le maintien d'un petit nombre de champions européens.

J. Exercice, 9 points + 0,5 point de bonus

1. Que représente $mY_e - mY$ dans la première équation ? Expliquez.

On prend provisoirement (question 1) Y_e comme donné. Calculez la valeur du produit national français Y en fonction de G , T et Y_e . Combien vaut le multiplicateur de dépenses publiques ?

Donnez le signe de l'influence de G , T et Y_e sur Y . Expliquez ces résultats.

Les importations mY_e du pays étranger sont nos exportations. $mY - mY_e$ représente donc l'excédent de la balance commerciale de la France.

$$Y = \frac{1}{1-c+m} (-cT + G + mY_e)$$

Le multiplicateur est réduit par la présence de la propension à importer car la demande adressée aux producteurs étrangers n'exerce aucun effet induit sur la production française. Une hausse de la dépense publique ou une baisse des impôts stimulent la demande et donc la production. Une hausse de la production étrangère contribue à développer nos exportations et a le même effet.

2 On suppose que les pays adoptent les mêmes politiques budgétaires et fiscales. On a donc $G_e = G$ et $T_e = T$. Comme les pays sont identiques, on aura $Y_e = Y$. Utilisez alors la première équation ci-dessus pour déterminer Y algébriquement en fonction de G et T puis en supposant $c = 2/3$, $m = 1/3$.

Quel est l'impact du commerce extérieur sur le niveau du produit national ? Expliquez.

On a:

$$Y = c(Y - T) + G + mY - mY_e$$

$$y = \frac{1}{1-c} (G - cT)$$

$$Y = 3G - 2T$$

On retrouve la formule d'une économie fermée. Les exportations augmentent la demande alors que les importations la réduisent. Si elles s'équilibrent, elles n'ont plus aucun effet sur les productions nationales. Une hausse des dépenses publiques ou une baisse des impôts stimule la demande globale, ce qui conduit à une hausse de la production.

3. On suppose maintenant que les deux pays adoptent des politiques publiques différentes.

On admet que la résolution du système initial pour la France donne :

$$Y = 2(G - (2/3)T) + (G_e - (2/3)T_e)$$

Par ailleurs, l'excédent de balance commerciale de la France est:

$$X_M = m \frac{Ge - G - cTe}{1 - c + 2m} \quad T = \frac{1}{3} [G - (2/3)T] - (G - (2/3)T)$$

(La formule générale n'est pas attendue).

Expliquez intuitivement l'influence de G , T , Ge , et Te sur le produit national et le solde commercial de la France.

La résolution du système donne :

$$y = \frac{(1 - c + m)(G - cT) + m(Ge - cTe)}{(1 - c)(1 - c + 2m)} = \frac{2G - (4/3)G + G - (2/3)G}{1 - c + 2m}$$

Une hausse des dépenses publiques locales stimule directement la demande globale locale. Une baisse des impôts locaux augmente le revenu disponible des ménages et donc leur consommation, ce qui augmente aussi la demande globale. Les mêmes politiques menées à l'étranger ont le même effet positif sur le produit national étranger. Ceci conduit le pays étranger à importer plus. Nos exportations augmentent, ce qui augmente la demande globale et donc la production nationale. Ge et Te ont donc le même type d'effets sur Y que G et T . Mais ces effets sont inférieurs. Le multiplicateur de dépenses publiques de Ge , par exemple, est égal à 1 alors que celui de G est égal à 2.

4. Concluez en comparant les effets d'une relance budgétaire isolée (en France) et d'une relance budgétaire simultanée des deux pays.

Les réponses sont données par la question 3.

Une relance budgétaire isolée est une augmentation de G . Le multiplicateur est égal à :

$$\frac{1 - c + m}{1 - c + 2m} = 2$$

Il est plus faible que le multiplicateur en économie fermée $1 / (1 - c) = 3$ puisque les importations induites par la hausse de la production nationale diminuent l'effet multiplicateur.

Mais il est plus élevé que celui, égal à $3/2$, obtenu dans la question 1, où l'on prenait comme donnée la production étrangère (et où on raisonnait implicitement dans le cas d'un petit pays). On raisonne maintenant dans une économie à deux pays de tailles comparables. Une relance isolée augmente nos importations. Elle augmente donc les exportations du pays étranger, ce qui entraîne une hausse de la production nationale étrangère, qui entraîne une hausse des importations du pays étranger, c'est-à-dire une hausse de nos exportations, qui induit une hausse de notre production, etc.

Une relance concertée consiste à augmenter simultanément G et Ge . Si on les augmente du même montant, on obtient :

$$\bar{Y} = \frac{(1 - c + m)G + mG}{(1 - c)(1 - c + 2m)} = \frac{1}{1 - c} G = 3G$$

Comme on l'a vu dans la question 2, on retrouve maintenant le même multiplicateur qu'en économie fermée. Chaque économie bénéficie maintenant de tous les effets induits résultant de la double augmentation des dépenses publiques et transitant par le commerce extérieur.

Remarque importante : pour cette question, on n'attendait pas une réponse aussi précise. Quelques idées importantes devaient en fait être mentionnées :

/ Une relance concertée permet de bénéficier de tous les effets induits par le commerce extérieur entre les deux pays. _____

- ./ Une relance isolée dans un monde à deux pays de même taille, et non pas dans un petit pays, aura quand même des effets induits.
- ./ Enfin, une relance isolée conduit à un déficit extérieur, ce qu' évite une relance concertée.

Université Paris I - UFR d'économie - L1 - Janvier 2017
INTRODUCTION GENERALE A L'ECONOMIE
Cours d'Antoine d'Autume, Nicolas Canry et Angela Greulich

Jeudi 12 janvier, de 8h00 à 10h00.

Durée : deux heures. Pas de documents, pas de calculatrice.

1. Commentaire de texte. Bruxelles accentue sa pression sur Google. Article de Cécile Decourtieux le Monde 15/07/2016. (Le texte a été remanié et simplifié).

Jeudi 14 juillet 2016, la commissaire européenne à la concurrence a annoncé qu'elle engageait une nouvelle procédure à l'encontre de Google, pour abus de position dominante. L'acte d'accusation concerne l'offre publicitaire propre de Google ainsi que les offres de publicité contextualisées (en rapport avec le contenu du site Web) que le groupe américain propose à des sites tiers utilisant par ailleurs son moteur de recherche : à chaque fois qu'un internaute effectue une recherche, des publicités « contextuelles » s'affichent. S'il clique sur la publicité, Google et l'éditeur (le site tiers) reçoivent une commission. Sur ce marché de l'intermédiation publicitaire, Google occupe une position dominante de 80 % en Europe, estime la Commission.

Ce qu'elle reproche au groupe ? D'avoir empêché les sites tiers d'afficher des publicités contextuelles venant d'autres régies publicitaires que Google ou de les avoir obligés à placer un nombre minimum de publicités de Google.

L'acte d'accusation pourrait aboutir dans les mois qui viennent, après que Google aura eu la possibilité de présenter sa défense, à une amende conséquente : jusqu'à 10 % du chiffre d'affaires concerné. A tout moment, une procédure de conciliation entre les parties est cependant possible.

« Google a élaboré de nombreux produits innovants qui ont changé le cours de nos vies. Cela ne lui donne pas pour autant le droit de priver les autres entreprises de la possibilité de la concurrencer et d'innover », a déclaré la commissaire.

L'accusation visant la publicité en ligne, le cœur du « modèle économique » de Google, est un nouveau coup dur pour la firme californienne, même si des sources proches de l'entreprise soulignent, jeudi, que son offre publicitaire sur des sites tiers ne représente qu'un petit volume de ses revenus – l'essentiel étant apporté par son offre de publicités sur le site Google lui-même.

« Nous pensons que nos innovations et nos produits ont augmenté le choix des consommateurs européens et ont stimulé l'innovation. Nous allons examiner les nouvelles accusations de la Commission et lui fournir des réponses détaillées dans les semaines qui viennent », a réagi un porte-parole de Google, jeudi.

Le groupe américain devrait expliquer qu'il n'y a pas de corrélation entre les modifications apportées à ses services, et l'évolution des sites Web concurrents.

1. Le bénéfice net de Google est passé de 29 milliards de dollars en 2010 à 74 milliards en 2015. Les services fournis par Google sont-ils payants ? Quelles sont les principales sources de profit de cette entreprise ?

Les services de base (recherche en ligne, Gmail...) sont gratuits. Il y a un milliard d'utilisateurs de Gmail, sur une population mondiale de 7,5 milliards. Ce nombre énorme d'utilisateurs permet à Google de proposer un ensemble de services payants, en premier lieu dans la publicité.

2. Expliquez ce que représentent concrètement les deux types de publicité offerts par Google.

Google vend aux entreprises des services directs de publicité qui apparaissent sur la page de l'annonceur. Il vend surtout, en second lieu, des « services contextualisés » : en recherchant sur Google un produit particulier vous arrivez sur une page non Google (un site tiers) où se trouve un ensemble d'annonces publicitaires pour le produit que vous recherchez. Vous pouvez cliquer sur ces annonces. A chaque clic Google mais aussi le gestionnaire de la page touchent une commission. De son côté, l'annonceur gagne des clients...

3. En vous appuyant sur le cours, expliquez en détail les effets négatifs de l'existence de monopoles. Tracez un diagramme illustrant ces effets.

Absence de concurrence : prix élevés quantités vendues réduites ; surplus des consommateurs réduit, etc.

4. Expliquez ce qu'est l'innovation et les formes qu'elle peut prendre.

La concurrence ne s'exerce pas seulement par les prix. Les entreprises se font concurrence en innovant c'est-à-dire en parvenant à produire des produits nouveaux, ou de meilleure qualité ou ayant un coût de production plus faible.

5. Quels sont les liens entre concurrence et innovation ? Quel économiste du début du XX^{ème} siècle a mis l'accent sur ces liens ? L'innovation est-elle favorable à la concurrence ? A-t-elle des effets négatifs sur la concurrence ? En définitive est-elle bonne pour l'économie ?

La concurrence pousse ainsi à innover, ce qui permet à l'économie de croître et de mieux satisfaire les besoins des consommateurs.

L'innovation d'une entreprise a des effets négatifs pour les entreprises en place : celles qui n'ont pas innové vendent trop cher ou vendent des produits de moins bonne qualité. Elles peuvent disparaître du marché. C'est la destruction créatrice de Schumpeter.

Mais la firme qui a innové peut se trouver temporairement seule sur le marché. L'innovation conduit temporairement au monopole et, paradoxalement, ne favorise pas la concurrence. Mais ceci pousse d'autres entreprises à innover et la concurrence reprend ses droits.

En définitive, l'innovation est la source principale de la croissance économique, comme l'a souligné fortement Schumpeter. Ceci l'a conduit à souligner paradoxalement que les monopoles jouaient – en dynamique – un rôle positif dans l'économie car ce sont souvent eux qui innovent et, accessoirement, qui ont les moyens financiers de le faire. La critique microéconomique des monopoles, soulignant qu'ils conduisent à une situation inefficace, est insuffisante car elle repose sur une analyse statique et néglige le rôle dynamique des monopoles.

6. Qu'est-ce qu'un abus de position dominante ? Pourquoi est-il sanctionné par les autorités de la concurrence ? Expliquez en quoi Google peut être accusé de telles pratiques.

Les autorités de la concurrence ne reprochent pas à des entreprises d'avoir réussi et donc acquis une position dominante dans leur secteur. Elles leur reprochent d'en abuser c'est-à-dire d'empêcher d'autres entreprises de les concurrencer en produisant des biens substitués ou même complémentaires. La commission reproche à Google d'avoir obligé les sites tiers à ne pas afficher les publicités ne venant pas de Google ou d'avoir limité leur place. Si ceci est confirmé, cela correspond assez exactement à un abus de position dominante : faire pression sur le site tiers pour qu'il empêche les concurrents de Google d'être présents ou simplement bien placés.

2. Exercice.

On se place dans une économie fermée. La fonction de consommation s'écrit $C = cY_d$ où Y_d est le revenu disponible après impôts. L'investissement vaut \bar{I} et les dépenses publiques, \bar{G} . Les impôts se composent d'une composante forfaitaire et d'une composante proportionnelle au revenu des agents : $T = tY + \bar{T}$. On rappelle par ailleurs que $\Delta Y = c(\Delta Y - t\Delta Y - \Delta \bar{T}) + \Delta \bar{I} + \Delta \bar{G}$.

1. Quel est le principal avantage lié à un impôt proportionnel pour la conduite de la politique macroéconomique ?

Rôle de stabilisateur automatique : les variations mécaniques de l'impôt quand Y varie amortissent les fluctuations conjoncturelles.

2. Calculer le revenu d'équilibre Y^* de cette économie puis la relation entre ΔY^* , $\Delta \bar{I}$, $\Delta \bar{G}$ et $\Delta \bar{T}$

$$Y^* = \frac{-c\bar{T} + \bar{I} + \bar{G}}{1 - c(1 - t)}$$

$$\Delta Y^* = \frac{-c\Delta \bar{T} + \Delta \bar{I} + \Delta \bar{G}}{1 - c(1 - t)}$$

3. Déterminez le multiplicateur de dépenses publiques G financé par emprunt.

$$\Delta Y^* = \frac{1}{1 - c(1 - t)} \Delta G$$

4. Déterminez le multiplicateur de dépenses publiques G dans le cas où le supplément de dépenses publiques est intégralement financé par une hausse de \bar{T} . Selon vous, comment va évoluer le déficit public dans ce cas ? Comparez le multiplicateur avec celui de la question précédente.

$$\Delta Y^* = \frac{-c\Delta \bar{T} + \Delta \bar{G}}{1 - c(1 - t)} \quad \text{et} \quad \Delta \bar{T} = \Delta \bar{G}$$

Donc :

$$\Delta Y^* = \frac{1 - c}{1 - c(1 - t)} \Delta G$$

Ce multiplicateur est plus faible que le précédent car le supplément d'impôts pèse sur la consommation. Surtout, ce multiplicateur est inférieur à un (plus faible que celui de Haavelmo, voir ci-dessous). L'existence d'impôts proportionnels, quand on fait une relance, diminue l'efficacité de la politique keynésienne mais limite en revanche le déficit budgétaire.

Comme $\Delta \bar{T} = \Delta \bar{G}$, on pourrait croire que le déficit public reste inchangé. Toutefois la hausse de G va augmenter Y^* et donc la composante proportionnelle de l'impôt : on aura donc finalement une réduction du déficit public.

Dans la suite de l'exercice, on suppose que $t = 0$.

5. Combien vaut le multiplicateur de la question précédente. Expliquez précisément pourquoi.

Avec $t = 0$, le multiplicateur précédent est unitaire : $\Delta Y^* = \Delta G$. C'est le théorème d'Haavelmo : la hausse de G augmente Y mais l'effet (positif) en retour sur la consommation est totalement neutralisé par la hausse (dans les mêmes proportions que \bar{G}) des impôts \bar{T}

6. L'investissement privé augmente d'un montant ΔI et les pouvoirs publics veulent en profiter pour réduire leur déficit public en augmentant \bar{T} tout en laissant Y inchangé (soit $\Delta Y = 0$ par rapport à la situation initiale, avant la hausse de \bar{I}). Exprimez $\Delta \bar{T}$ en fonction de $\Delta \bar{I}$.

L'Etat veut moduler \bar{T} tout en maintenant Y inchangé : $\Delta Y = 0$. De plus, $\Delta \bar{G} = 0$ dans cette question. On a donc :

$$\Delta Y^* = \frac{-c\Delta \bar{T} + \Delta \bar{I}}{1 - c(1 - t)} = \frac{-c\Delta \bar{T} + \Delta \bar{I}}{1 - c} = 0$$

Finalement :

$$\Delta \bar{T} = \frac{1}{c} \Delta \bar{I}$$

7. En réaction à la hausse de I , l'Etat préfère réduire \bar{G} toujours en maintenant $\Delta Y = 0$. Exprimez $\Delta \bar{G}$ en fonction de ΔI .

L'Etat veut moduler \bar{G} tout en maintenant Y inchangé : $\Delta Y = 0$. $\Delta \bar{T} = 0$ dans cette question. On a donc :

$$\Delta Y^* = \frac{\Delta G + \Delta I}{1 - c} = 0$$

Finalement, on obtient logiquement :

$$\Delta G = -\Delta I$$

8. Remplissez le tableau ci-dessous avec les données suivantes :
 $t = 0, c = 0,8, T = 10, G = 30, I = 18$. Par la suite $\Delta I = 10$.

	Y	C	I	G	T	Déficit budgétaire
Situation initiale	200	152	18	30	10	- 20
$\Delta I = 10$ et hausse de T	200	142	28	30	22,5	- 7,5
$\Delta I = 10$ et baisse de G	200	152	28	20	10	- 10

Comparez les deux dernières lignes du tableau.

Dans les lignes 2 et 3, la production est inchangée par hypothèse. L'augmentation des impôts permet une réduction plus importante du déficit public que si l'Etat réduit les dépenses publiques (mais le « prix à payer » est une baisse de la consommation des ménages).

Les deux dernières questions (questions 9 et 10) sont subsidiaires et à traiter en fonction du temps qu'il vous reste.

9. On suppose maintenant que l'économie est au plein-emploi : $Y = Y_{PE}$. La fonction de consommation vaut désormais $C = c(Y - \bar{T}) - ar$ et la fonction d'investissement $I = \bar{I} - br$ (r est le taux d'intérêt de l'économie). Commentez ces nouvelles équations. Ecrivez l'équilibre du marché financier et déduisez-en le taux d'intérêt d'équilibre r^* de cette économie en fonction de $\bar{I}, \bar{G}, \bar{T}, Y_{PE}, a, b$ et c .

On est passé dans le cadre classique où consommation et épargne dépendent du taux d'intérêt : c'est l'arbitrage consommation / épargne (la consommation est une fonction décroissante de r , l'épargne une fonction croissante). On suppose par ailleurs que l'investissement décroît avec le taux d'intérêt : les entrepreneurs s'endettent pour investir et tiennent compte de r .

On a $Y = C + I$ et $Y = C + S + T$. Finalement : $S = I + (G - T)$. Cette équation traduit l'équilibre sur le marché financier.

En notant que $S = Y_{PE} - C - T, G = \bar{G}$ et $T = \bar{T}$ on obtient finalement :

$$r^* = \frac{-\bar{c}\bar{T} + \bar{I} + \bar{G} - (1 - c)Y_{PE}}{a + b}$$

10. Que va-t-il se passer si l'Etat augmente les dépenses publiques dans ce nouveau cadre ? Combien vaudra, selon vous, le multiplicateur de G dans ce cas ?

L'équation ci-dessus montre qu'une hausse de G va augmenter le taux d'intérêt d'équilibre : la hausse des dépenses publiques augmente en effet la demande de fonds prêtables sur le marché financier. Comme on est au plein-emploi, cette hausse de G n'aura aucun effet sur la production : le multiplicateur de dépenses publiques est nul. La hausse du taux d'intérêt va faire baisser l'investissement, si bien que $\Delta I = -\Delta G$ (effet d'éviction total)

Université Paris 1 – UFR 02 – L1
Problèmes Economiques Contemporains
Division 3 – Cours de Nicolas CANRY

Mercredi 7 janvier 2015, de 11h00 à 13h00

Documents et calculatrice interdits

Vous répondrez aux questions suivantes :

Question 1 : La convergence (4 points) - 25 lignes maximum

Exposez les grands principes ou théories permettant d'expliquer la convergence économique entre pays.

Question 2 : La courbe de Phillips (5 points)

- a. Expliquez ce qu'est la courbe de Phillips. Quelles sont les implications de cette courbe en matière de politique économique ? (2 points)
- b. Pourquoi cette courbe ne permet-elle pas d'expliquer la situation économique initiée (en France) par le premier choc pétrolier, en 1973 ? Comment appelle-t-on le phénomène économique apparaissant à cette époque ? (1 point)
- c. Présentez l'interprétation monétariste de la courbe de Phillips proposée par Milton Friedman. (2 points)

Question 3. Les inégalités de revenu (5 points)

- a. Expliquez ce qu'est la courbe de Kuznets. Quelles sont ses « limites » ? (1 point)
- b. Quelles sont les principales explications apportées à l'accroissement des inégalités observé dans certains pays développés depuis trente ans. (2 points)
- c. Expliquez ce qui différencie les pays anglo-saxons d'un pays d'Europe continentale comme la France en matière d'évolution des inégalités. Comment peut-on expliquer ces trajectoires contrastées ? (2 points)

Question 4. Au choix : la théorie de la régulation (4A) ou la désinflation compétitive (4B)

4A. La théorie de la régulation (6 points)

- a. Quelles sont les variables qui, selon cette théorie, déterminent :
 - i) l'investissement. (1 point)
 - ii) les salaires réels. (1 point)
- b. A partir de la question précédente, dressez le tableau faisant apparaître les différents régimes de croissance (ou modes de régulation) décrits par cette théorie. (1 point)
- c. A partir de ce tableau, rappelez comment la théorie de la régulation analyse les périodes énoncées ci-dessous :
 - i) La crise économique de 1929. (1,5 points)

- ii) La crise économique des années 1970. (1,5 points)

4B. La désinflation compétitive dans les années 1980 en France (6 points)

- a. Présentez très brièvement la situation économique française au tout début des années 1980 en matière :
 - i) D'inflation. (0,5 point)
 - ii) De profitabilité des entreprises. (0,5 point)
- b. Pourquoi les politiques de relance conduites en 1981-82 ont-elles échoué ? (1 point)
- c. Présentez ce qu'est la désinflation compétitive (objectifs et moyens mis en œuvre) ? (2 points)
- d. Dites (en justifiant brièvement chacune de vos réponses) si la désinflation compétitive a, selon vous, été plutôt un succès ou plutôt un échec en matière de :
 - i) Compétitivité internationale des entreprises ? (0,5 point)
 - ii) Profitabilité des entreprises ? (0,5 point)
 - iii) Lutte contre le chômage ? (0,5 point)
 - iv) Lutte contre l'inflation ? (0,5 point)

Université Paris 1 – UFR 02 – L1
Problèmes Economiques Contemporains
Division 3 – Cours de Nicolas CANRY

Mardi 5 janvier 2016, de 8h00 à 10h00
Documents et calculatrice interdits

Question 1. La croissance économique (4,5 points)

On vous donne les informations suivantes :

Taux de croissance annuel moyen :	PIB = Y (Volume)	Travail (L)	Capital (K)	Productivité Totale des Facteurs
Pays 1	6 %	2 %	10 %	?
Pays 2	2 %	2 %	2 %	?

Par ailleurs, on sait que la part de la rémunération du travail dans le PIB vaut 0,5.

- Qu'est-ce que la productivité totale des facteurs ? (1 point)
- Calculez les données manquantes du tableau. Commentez. (1,5 points)
- On se place dans le cadre du modèle de Solow. Décrivez la situation des pays 1 et 2. Expliquez. (2 points)

Question 2. La crise économique japonaise dans les années 1990 (5 points)

- Quel phénomène économique important a-t-on observé au Japon entre le milieu et la fin des années 1980 ? (1 point)
- Expliquez brièvement les principaux mécanismes qui ont provoqué puis entretenu la récession économique au cours des années 1990. (1,5 points)
- Quelle politique monétaire a alors conduit la banque centrale japonaise ? A-t-elle été couronnée de succès ? Pour quelles raisons ? A quelle politique ont alors eu recours les pouvoirs publics japonais ? (2,5 points)

Question 3. Les inégalités (4 points)

Comment ont évolué les inégalités de revenu en France entre 1950 et 1980 ?

Question 4. Deux courbes et un triangle (6,5 points)

- Qu'est-ce que la courbe de Phillips ? Quelles sont les implications de cette courbe en matière de politique économique ? (1,5 point)
- Expliquez ce qu'est la courbe de Kuznets. Comment explique-t-on cette courbe ? Est-elle toujours d'actualité ? (2,5 points)
- Qu'est-ce que le triangle d'incompatibilité de Mundell ? Expliquez. Tracez le triangle et placez sur les côtés du triangle la France du 19^{ème} siècle, la France de 1950 et l'Union européenne actuellement. (2,5 points)

Partiel PEC - Janvier 2016 – Division 3 (N. Canry)

Corrigé de la question 1

Question 1. La croissance économique (4,5 points)

On vous donne les informations suivantes :

Taux de croissance annuel moyen :	PIB = Y (Volume)	Travail (L)	Capital (K)	Productivité Totale des Facteurs
Pays 1	6 %	2 %	10 %	?
Pays 2	2 %	2 %	2 %	?

Par ailleurs, on sait que la part de la rémunération du travail dans le PIB vaut 0,5.

a. Qu'est-ce que la productivité totale des facteurs ? (1 point)

La productivité totale des facteurs (PTF) est une mesure du progrès technique (et de son évolution). La PTF mesure la croissance du PIB (réel) n'étant pas imputable à la croissance des facteurs de production (travail et capital).

b. Calculez les données manquantes du tableau. Commentez. (1,5 points)

Il faut connaître (cf. cours) et appliquer la formule : $PTF = \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \alpha \frac{\dot{L}}{L} - (1 - \alpha) \frac{\dot{K}}{K}$

Pays 1 :

D'après l'énoncé : $\frac{\dot{Y}}{Y} = 6\%$ $\frac{\dot{L}}{L} = 2\%$ $\frac{\dot{K}}{K} = 10\%$

et part rémunérant le travail dans le PIB = $\alpha = 50\%$.

Donc $PTF = \frac{\dot{A}}{A} = 6\% - 0,5 * 2\% - (1 - 0,5) * 10\% = 6\% - 1\% - 5\% = 0\%$. 0,5 point.

Pays 2 :

D'après l'énoncé : $\frac{\dot{Y}}{Y} = 2\%$ $\frac{\dot{L}}{L} = 2\%$ $\frac{\dot{K}}{K} = 2\%$

et part rémunérant le travail dans le PIB = $\alpha = 50\%$.

Donc $PTF = \frac{\dot{A}}{A} = 2\% - 0,5 * 2\% - (1 - 0,5) * 2\% = 2\% - 1\% - 1\% = 0\%$. 0,5 point.

Commentaire : Il y a donc absence de progrès technique dans les 2 pays. Les deux pays ont des taux de croissance différents mais l'intégralité de la croissance de leur PIB est imputable à la croissance des facteurs de production (travail et capital). 0,5 point.

c. On se place dans le cadre du modèle de Solow. Décrivez la situation des pays 1 et 2. Expliquez. (2 points)

Le modèle de Solow nous dit qu'il existe un niveau optimal de capital par tête dans l'économie. Si cette situation d'équilibre n'est pas atteinte, le pays peut générer de la croissance (par tête) en accumulant du capital (ce qui accroît le stock de capital par tête et permet de converger vers l'équilibre du modèle). Le pays 1 se trouve exactement dans cette situation : sa croissance (6 %) n'est pas tirée par du progrès technique (cf. question précédente) mais par l'accumulation de capital (10 %). 1 point.

Une fois l'équilibre du modèle atteint, le PIB et le capital vont croître au même rythme que la population active (facteur travail) si bien qu'il n'y a plus de croissance du PIB par tête : seule l'existence de progrès technique permettrait alors de générer de la croissance par tête. C'est exactement la situation du pays 2 qui a atteint l'équilibre du modèle de Solow : PIB et facteurs de production croissent au même rythme (2 %) mais il n'y a plus de croissance par tête dans cette économie (car absence de progrès technique, cf. question précédente). 1 point.

Université Paris 1 – UFR 02 – L1
Problèmes Economiques Contemporains
Division 3 – Cours de Nicolas CANRY

Mardi 10 janvier 2017, de 11h00 à 13h00
Documents, calculatrice et téléphone portable interdits

Question 1. La stagflation (4 points)

- a. Qu'est-ce que la stagflation et quand a-t-elle eu lieu ? (1 point)
- b. Après avoir brièvement rappelé ce qu'est la courbe de Philips, présenter l'interprétation que donne M. Friedman de la stagflation à partir de cette courbe. (3 points)

Question 2. Les inégalités (6 points)

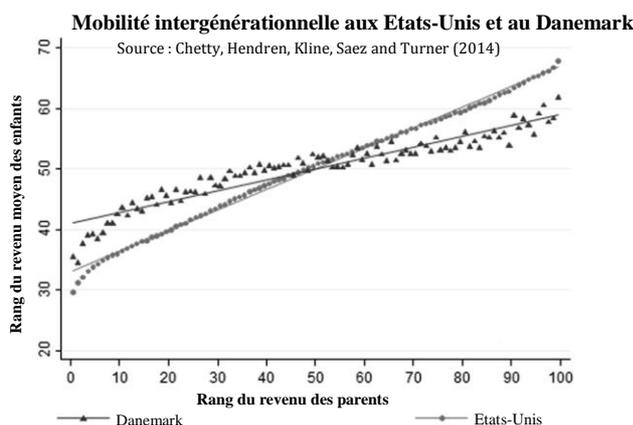
- a. Quelles sont les deux principales explications apportées à l'accroissement des inégalités observé dans certains pays développés depuis 1980. (2 points)
- b. D'après Goldin et Katz, comment l'offre de capital humain a-t-elle joué sur les inégalités dans le cas américain avant et après 1980 ? (2 points)
- c. Expliquez ce qui différencie les pays anglo-saxons d'un pays d'Europe continentale comme la France en matière d'évolution des inégalités depuis 1980. Comment peut-on expliquer ces trajectoires contrastées ? (2 points)

Question 3. La théorie de la régulation (6 points)

- a. Quelles sont les variables qui, selon cette théorie, déterminent :
 - i) l'investissement. (1 point)
 - ii) les salaires réels. (1 point)
- b. A partir de la question précédente, dressez le tableau faisant apparaître les différents régimes de croissance (ou modes de régulation) décrits par cette théorie. (1 point)
- c. A partir de ce tableau, rappelez comment la théorie de la régulation analyse les périodes énoncées ci-dessous :
 - i) La crise économique de 1929. (1,5 points)
 - ii) La crise économique des années 1970. (1,5 points)

2 autres questions (4 points)

1. Comment peut-on expliquer le rattrapage de la Chine ? (10 lignes maximum – 2 points)
2. Commentez le graphique ci-dessous. (10 lignes maximum – 2 points)



SESSION 1 - 5 JANVIER 2015

UNIVERSITÉ DE PARIS I - PANTHÉON-SORBONNE

U.F.R. 02

LICENCE - PREMIÈRE ANNÉE

2014-2015

PARTIEL DE COMPTABILITÉ D'ENTREPRISE

DURÉE DE L'ÉPREUVE : DEUX HEURES.

AUCUNE SORTIE AUTORISÉE DURANT LA PREMIÈRE HEURE.

AUCUN DOCUMENT AUTORISÉ. CALCULATRICES NON AUTORISÉES.

INDIQUEZ LA CLASSE DES COMPTES UTILISÉS LORS DE L'ENREGISTREMENT DES OPÉRATIONS AU JOURNAL.

UN TABLEAU INDICATIF VOUS EST PROPOSÉ POUR CHAQUE DOSSIER À TRAITER.

Dossier n°1 (35 minutes)

Le 01/09/2014 **M. SUGARBEY** et **M. DORSEY** créent l'entreprise **DEALERDECOQUE** spécialisée dans la commercialisation de coque de protection pour téléphones portables de la marque **IFONE**.

Chacun fait un apport de 20 000 euros et la banque leur accorde un prêt de 10 000 €. Ils signent dès le début du mois de septembre un contrat de location pour le local commercial. Le loyer de 1 200 € est prélevé le 5 janvier. Ils acquièrent des agencements pour aménager le magasin pour 5 000 euros. Ces agencements sont payés moitié au comptant moitié à crédit 60 jours fin de mois. Ils achètent par ailleurs un stock de 1000 coques pour 8 000 € à un fabricant chinois. Ce dernier est réglé par virement bancaire. Par ailleurs, ils retirent 200 euros du compte en banque de l'entreprise pour alimenter la caisse.

Le 8 septembre, l'entreprise ouvre officiellement ses portes et est prête à recevoir ses premiers clients.

Vous ferez abstraction de la TVA dans cet exercice.

Question 1 : Établir le bilan le 8 septembre juste avant l'ouverture de l'entreprise « DEALERDECOQUE » en respectant au mieux le modèle de bilan du PCG.

Au cours du mois de septembre, l'entreprise « **DEALERDECOQUE** » réalise les opérations suivantes :

1. Vente au comptant de 300 coques pour 3 600 euros en espèces.
2. Commande au fournisseur chinois de 500 coques supplémentaires pour 4 500 euros. Une avance de 1 500 euros est versée pour valider la commande.
3. Livraison et facturation de la commande au fournisseur chinois. La facture est réglée immédiatement par virement bancaire.
4. Vente de 200 coques pour 2 500 euros. Le règlement s'effectue pour moitié en

SESSION 1 - 5 JANVIER 2015

espèces et pour moitié par chèque.

5. Paiement par chèque d'une campagne de publicité dans la presse régionale pour 500 euros.

Question 2 : *Enregistrer les différentes opérations au journal selon la méthode de l'inventaire intermittent*

Question 3 : *Le stock de coques est constitué d'un unique modèle. Évaluer le stock de coques selon la méthode LIFO.*

Question 4 : *Calculer la marge commerciale (ventes de marchandises - coût d'achat des marchandises vendues).*

À partir du dossier n°2, le taux de TVA à appliquer si nécessaire est de 20%.

Dossier n°2 (25 minutes)

Au mois de décembre 2014, l'entreprise **KOUSTO** spécialisée dans la fabrication de combinaisons de plongée réalise les opérations suivantes :

01/12/2012 : Achat de tissus Néoprène pour 6 000 euros HT. L'achat est réglé à 60 jours. L'entreprise obtient un rabais de 10 %.

03/12/2012 : Achat d'une machine à coudre pour ses ateliers au prix de 15 000 euros HT. Cet achat est réglé pour un tiers au comptant par chèque, pour deux tiers à crédit.

10/12/2012 : Vente de combinaisons pour 5 000 euros HT. La moitié est réglée au comptant par chèque, la moitié à 90 jours fin de mois.

12/12/2012 : Prélèvement par la banque de frais de tenue de comptes pour 54 € TTC.

13/12/2012 : Prélèvement par FREENAUT de l'abonnement mensuel concernant l'accès à Internet pour 48 TTC.

15/12/2012 : Remboursement d'une annuité d'emprunt pour 12 000 €, dont 2 000 € d'intérêts.

20/12/2012 : Versement par la commune sur le compte bancaire de l'entreprise d'une subvention d'exploitation de 25 000 €.

Dossier n°3 (10 minutes)

Le livre de paie de la société **PICSOU** fournit les informations suivantes concernant les charges de personnel de décembre 2014 :

Salaires bruts	200 000		
Primes et irratications	10 000		
Cotisations sociales	Part salariale	Part oatronale	Total
Sécurité sociale	20 000	60 000	80 000
Assurance chômage	10 000	12 000	22 000
Retraite comolémentaire	8 000	10 000	18 000
Prévoyance		2 000	2 000
Total cotisations sociales	38 000	84000	122 000
Acomptes versés le 10 / 12	20 000		
Net à oaver aux salariés	152 000		

Quel est le coût total des charges de personnel en décembre ?

Comptabilisez les charges de personnel du mois de décembre ainsi que leur règlement.

SESSION 1 - 5 JANVIER 2015

Dossier n°4 (20 minutes)

L'entreprise **COLAS** a fait l'acquisition le 1er juillet 2010 d'un matériel industriel pour 80 000 € HT. Ce matériel a été mis en service le 1^{er} octobre 2010 et a été amorti en linéaire sur 8 ans.

En 2014, il est finalement décidé d'abandonner la production réalisée avec ce matériel. Il est vendu 40 000 € HT le 31 mars 2014.

Sachant que l'entreprise clôture son exercice comptable le 31 décembre de chaque année,

- a. *Établir le plan d'amortissement linéaire du matériel*
- b. *Enregistrez au journal la dépréciation du matériel au 31 décembre 2010 puis 2011.*
- c. *Présenter l'extrait du bilan au 31/12/2011 concernant cette immobilisation.*
- d. *Enregistrez la cession du bien en 2014*
- e. *Présentez l'extrait du compte de résultat 2014 concernant cette immobilisation.*

Dossier n°5 (10 minutes)

La société **THORENS** qui arrête ses comptes le 31 décembre de chaque année vous soumet l'étude des problèmes suivants:

Elle a été condamnée en novembre 2014 à verser 54 000 € à un de ses anciens salariés dans le cadre d'une procédure pour licenciement abusif. Aucune des deux parties ne fait appel de la décision. À ce titre, une provision de 45 000 € avait été constituée en 2013.

Une facture d'un montant de 1 200 € HT correspondant à un abonnement à une revue juridique a été enregistrée au 1^{er} octobre 2014. Cet abonnement court du 1^{er} octobre 2014 au 30 septembre 2015.

Le 31 décembre 2014, elle constate que des marchandises ont été livrées au client **AUDIOFIL** alors que la facture n'a pas encore été établie. Le montant de celle-ci est estimé à 3 600 € H.T.

Un emprunt bancaire de 500 000 € a été accordé à l'entreprise le 1^{er} juin 2012 aux conditions suivantes:

- taux	3%
-remboursement	5 amortissements constants
-première échéance	1 ^{er} juin 2013

Passez les écritures que vous jugerez nécessaires au 31 décembre 2014, date d'arrêt des comptes de la société THORENS.

SESSION 1 - 5 JANVIER 2015

Dossier n°6 (10 minutes)

La situation des clients douteux de l'entreprise **ALLEN** se présente comme suit au 31-12-2014. avant inventaire:

Noms	Montant initial des créances	Dépréciation au bilan	Règlements effectués en 2014
AIRFLO	24 000	10 000	9 600
LOOP	4 800	800	1 800
	28 800	10 800	11 400

L' inventaire des créances au 31-12-2014 permet d' obtenir les informations suivantes:

AIRFLO: Il devrait pouvoir nous régler 80 % de la créance restant due.

LOOP: On espère pouvoir récupérer 20 % de la créance restant due.

La situation de ces deux clients nécessite-t-elle un ajustement de la dépréciation existante ? Pour quel montant ? Justifier la réponse.

Passez les écritures de régularisation que vous jugerez nécessaires.

Dossier n°7 (10 minutes)

La société « **ABODE** » clôture ses comptes le 31 décembre de chaque année. Elle vous communique un extrait simplifié de la balance après inventaire au 31 décembre.

Extrait simplifié de la balance après inventaire au 31/12/14

	Soldes débiteurs	Soldes créditeurs
Achats de matières premières	50 000	
Charges constatées d'avance	3 000	
Charges de personnel	15 000	
Charges exceptionnelles	15 000	
Charges financières	2 500	
DADP d'exploitation	10 000	
Impôts et taxes	15 000	
Impôt sur les bénéfices	3 500	
Production vendue		130 000
Produits constatés d'avance		2 500
Produits exceptionnels		10 000
Produits financiers		5 000
Autres achats et charges externes	20 000	
Variation des stocks de matières premières		3 000
Variation des stocks de produits finis		2 500

Établir un tableau des soldes intermédiaires de gestion au 31 décembre 2014 en vous inspirant du modèle du PCG.

Concernant la notation des écritures comptables au journal, faire preuve d'indulgence lorsque l'intitulé du compte est approximatif, mais que la classe du compte est correcte. En l'absence de la classe du compte, sanctionner d'1/4 de point si l'intitulé est correct, sinon mettre zéro. Si l'absence de classe de compte est répétée sur un même compte, ne sanctionner qu'une seule fois.

Barème sur 21 points

Dossier n°1 : 6 points

Question 1 : 1,5 points

ACTIF	BILAN au 08/09	PASSIF	
Agencements	5 000	Capital	40 000
Stocks marchandises	8 000	Résultat	-1 200
Banque	38 100	Emprunt	10 000
Caisse	200	Fournisseurs d'immo	2 500
TOTAL ACTIF	51 300	TOTAL PASSIF	51 300

Justification du montant des avoirs en banque :

Apport en capital (2 x 20 000)	40 000
Emprunt	10 000
Loyer	-1 200
Agencements (5 000/2)	-2 500
Stocks de marchandises	-8 000
Caisse	-200
Solde	38 100

Question 2 : 2,5 points (1/2 point par opération)

		1			
5	Caisse			3 600	
7		Ventes de marchandises			3 600
		2			
409	Fournisseurs, avances & acomptes versés sur cdes			1 500	
5		Banque			1 500
		3			
6	Achats de marchandises			4 500	
5		Banque			3 000
409		Fourn, avances sur cdes			1 500
		4			
5	Banque			1 250	
5	Caisse			1 250	
7		Ventes de marchandises			2 500
		5			
623	Publicité (autres achats & charges externes)			500	
5		Banque			500

Question 3 : 1 point

stocks de coques

Date	Numéro de lot	Entrées			Sorties			Stocks		
		quantité	CU	Montant	quantité	prix	CU	quantité	CU	Montant
	Stock Initial							1 000	8	8 000
	Sortie				300	8	2 400	700	8	5 600
	Entrée	500	9	4 500				700	8	5 600
								500	9	4 500
	Sortie				200	9	1 800	700	8	5 600
								300	9	2 700

Le stock final est évalué à $5\,600 + 2\,700 = 8\,300$.

Question 4 : 1 point

Ventes (3 600 + 2 500)	6 100
Coût d'achat des marchandises vendues (2 400 + 1 800)	4 200
Marge commerciale	1 900

Dossier n°2 : 3,5 points (1/2 point par opération)

	1/12			
6	Achats de MP	5 400		
4	TVA déductible/ABS	1 080		
4	Fournisseurs B&S		6 480	
	3/12			
2	Matériel & outillage	15 000		
4	TVA déductible/immo	3 000		
5	Banque		6 000	
4	Fournisseurs d'immo		12 000	
	10/12			
4	Clients	3 000		
5	Banque	3 000		
7	Ventes de PF		5 000	
4	TVA collectée/ventes		1 000	
	12/12			
6	Services bancaires	45		
4	TVA déductible/ABS	9		
5	Banque		54	
	13/12			
6	Frais postaux et de tél.	40		
4	TVA déductible/ABS	8		
4	Banque		48	
	15/12			
1	Emprunt	10 000		
6	Intérêts	2 000		
5	Banque		12 000	
	20/12			
5	Banque	25 000		
7	Subv. d'exploitation		25 000	

Dossier n°3 : 2 points (1/2 point pour le calcul de coût + 1/2 point par opération enregistrée)

Coût total des charges de personnel : 0,5 point

Salaires bruts	210 000
Cotisations sociales patronales	84 000
Coût total des charges de personnel	294 000

	26/05		
6	Salaires	210 000	
42	Pers., rémunérations dues		152 000
431	URSSAF		20 000
4371	Pôle emploi		10 000
4372	Caisse retraite compltaire		8 000
425	Pers., avances & acptes		20 000
	26/05		
6	Cotisations sociales	84 000	
431	URSSAF		60 000
4371	Pôle emploi		12 000
4372	Caisse retraite compltaire		10 000
4373	Caisse de prévoyance		2 000
	30/12		
42	Pers., rémunérations dues	152 000	
431	URSSAF	80 000	
4371	Pôle emploi	22 000	
4372	Caisse retraite compltaire	18 000	
4373	Caisse de prévoyance	2 000	
5	Banque		274 000

Dossier n°4 : 5,5 points

a. Présenter le plan d'amortissement linéaire de la machine. (1,5 points: 0,75 pour le taux et le prorata année 1, 0,75 pour le mode de calcul correct sur une base constante)

Taux d'amortissement : 1/8

Dotation 2010 : $80\,000 \times 1/8 \times 90/360 = 2\,500$

Année	Base d'amortissement	Dotation	Amortissement cumulé	VCFE
2010	80 000	2 500	2 500	77 500
2011	80 000	10 000	12 500	67 500
2012	80 000	10 000	22 500	57 500
2013	80 000	10 000	32 500	47 500
2014	80 000	10 000	42 500	37 500
2015	80 000	10 000	52 500	27 500
2016	80 000	10 000	62 500	17 500
2017	80 000	10 000	72 500	7 500
2018	80 000	7 500	80 000	0

b. Passer les écritures d'inventaire le 31/12/2010 et 2011. (0,5 point)

0,25 point 31/12/10

681	DADP – Charges d'exploitation		2 500	
2815		Amortissement du matériel		2 500

0,25 point 31/12/11

681	DADP – Charges d'exploitation		10 000	
2815		Amortissement du matériel		10 000

c. Extrait du bilan au 31/12/2011 1 point (dont 0,75 point sur 2011, 0,25 point sur 2010)

Extrait du bilan au 31 décembre 2011

Actif	Exercice 2011			Exercice 2010
	Brut	Amortissements et provisions	Net	Net
Immobilisations corporelles: Installations techniques, matériel et outillage industriels	80 000	12 500	67 500	77 500
Total immobilisations				

d. Écritures de cession en 2014 **2 points (0,5 point par écriture + 0,5 point pour le calcul correct de la dotation complémentaire (+ 0,25 point) et de la VCEAC (+0,25 point).**

	31/03/14		
4	Créances/cession d'immo	48 000	
775	PCEA		40 000
4457	TVA collectée/ventes		8 000
	31/12/14		
6	DADP - charges d'exploitation	2 500	
2	Amortissement du matériel		
	$10\ 000 \times 90/360 = 2\ 500$		2 500
	31/12/14		
2	Amortissement du matériel (32500 + 2 500)	35 000	
6	VCEAC	45 000	
2	Matériel industriel		80 000

e. Extrait du compte de résultat **0,5 point**

Charges		Produits	
DADP-charges d'exploitation	2 500	PCEA (produits exceptionnels)	40 000
VCEAC (charges exceptionnelles)	45 000		

Dossier n°5 2 points (0,5 par écriture)

	31/12		
1	Provisions pour risques	45 000	
7	RADP - pdts exceptionnels		45 000
	31/12		
4	Charges constatées d'avance ($1\ 200 \times 9/12$)	900	
61	Documentation		900
	31/12		
4	Clients, factures à établir	4 320	
7	Ventes de marchandises		3 600
4	TVA à régulariser		720
	31/12		
6	Intérêts	5 250	
1	Intérêts courus/emprunts		5 250
	$300\ 000 \times 3\% \times 7/12 = 5\ 250$		

Dossier n°6 2 points (0,5 par écriture + 0,5 par justification)

0,5 point/client	AIRFLO	LOOP
Nominal	24 000	4 800
Règlement en 2014	9 600	1 800
Net TTC	14 400	3 000
HT	12 000	2 500
Dépréciation nécessaire	2 400	2 000
Dépréciation existante	10 000	800
Dotation ou reprise	-7 600	1 200

AIRFLO

0,5 point		31/12/14	
491	Dépréciation des créances clients	7 600	
781	RADP - Pds d'exploitation		7 600

LOOP

0,5 point		31/12/14	
681	DADP - charges d'exploitation		1 200
491	Dépréciation des créances clients		1 200

Dossier n°7 2 points (0,25 par solde correctement calculé). En cas d'erreur sur un solde, ne pas sanctionner les soldes suivants si le principe de calcul est bon.

Production vendue	130 000
Production stockée	2 500
Production de l'exercice	132 500
Achats de matières premières	50 000
Variations stocks MP	-3 000
Autres achats et charges externes	20 000
- Consommations en provenance de tiers	67 000
Valeur ajoutée	65 500
- Impôts et taxes	15 000
- Charges de personnel	15 000
EBE	35 500
- DADP - charges d'exploitation	10 000
Résultat d'exploitation	25 500
Produits financiers	5 000
Charges financières	2 500
Résultat courant avant impôt	28 000
Produits exceptionnels	10 000
Charges exceptionnelles	15 000
Résultat exceptionnel	-5 000
Impôt/bénéfices	3 500
Résultat de l'exercice	19 500

SESSION 1 - 4 JANVIER 2016

UNIVERSITÉ DE PARIS I - PANTHÉON-SORBONNE

U.F.R. 02

LICENCE - PREMIÈRE ANNÉE

2015-2016

PARTIEL DE COMPTABILITÉ D'ENTREPRISE

DURÉE DE L'ÉPREUVE : DEUX HEURES.

AUCUNE SORTIE AUTORISÉE DURANT LA PREMIÈRE HEURE.

AUCUN DOCUMENT AUTORISÉ. CALCULATRICES NON AUTORISÉES.

INDIQUEZ LA CLASSE DES COMPTES UTILISÉS LORS DE L'ENREGISTREMENT DES OPÉRATIONS AU JOURNAL.

UN TEMPS INDICATIF VOUS EST PROPOSÉ POUR CHAQUE DOSSIER À TRAITER.

Dossier n°1 (30 minutes)

Florian Mamaudou, ancien champion de natation arrête sa carrière sportive et s'est reconverti dans la création d'un camp d'entraînement et de perfectionnement pour de jeunes nageurs de 8 à 18 ans. Éventuellement, si le concept fonctionne, il envisage de créer plusieurs camps afin de couvrir le territoire national.

Florian nous demande de l'aider à préparer les états financiers à la fin de sa première année de fonctionnement. Il relate les faits suivants concernant son activité.

Afin de démarrer son activité, il a décidé de créer la société SWIMCAMP le 1^{er} mars 2015. Il a vendu des actions à quelques amis proches et il a lui-même pris part à l'apport en capital. Il a levé en tout 25 000 € par la vente de ces actions. De plus, la société a souscrit un emprunt de 10 000 € auprès d'une banque locale. Cet emprunt souscrit le 1^{er} mai fait l'objet d'un amortissement constant sur 4 ans. Le taux d'intérêt est de 12% et la prochaine échéance est fixée au 1^{er} mai 2016.

SWIMCAMP a acheté pour 12 000 € au comptant le 1^{er} juillet 2015 un minibus pour transporter les enfants. Elle a également acheté divers petits équipements (bonnets, lunettes, etc.) pour 1 500 € au comptant.

La société a compté 100 000 € de droits d'inscription sur l'année. Sur ces 100 000 €, seuls 80 000 € ont été encaissés. La société a loué des lignes d'eau à 50 € de l'heure. Le coût total de location pour l'année s'est élevé à 8 000 €, les frais d'assurance à 10 000 €, les frais de personnel à 25 000 €, le tout payé comptant.

La valeur du minibus au 31 décembre 2015, date d'arrêté des comptes, est estimée à 8 000 €.

Les actionnaires réunis en assemblée générale début janvier 2016 ont décidé de s'octroyer 5 000 € de dividendes.

Il sera fait abstraction de la TVA dans cet exercice.

SESSION 1 - 4 JANVIER 2016

Question 1 : *Présentez le bilan au 31 décembre 2015 avant et après affectation du résultat en étant le plus proche possible de la présentation du bilan dans le système de base du PCG.*

Question 2 : *Présentez le compte de résultat de l'exercice 2015 en étant le plus proche possible de la présentation du compte de résultat dans le système de base du PCG.*

Dossier n°2 (30 minutes)

Au mois de décembre 2015, l'entreprise **DUBOIS** spécialisée dans la fabrication de meubles en bois massif réalise les opérations suivantes :

01/12/2015 : Achat de planches de chêne pour 2 000 euros HT. L'entreprise obtient un rabais de 5 % car certaines planches présentent quelques défauts. L'achat est réglé à 60 jours.

03/12/2015 : Achat d'une raboteuse-dégauchisseuse pour ses ateliers au prix de 12 000 euros HT. Cet achat est réglé moitié au comptant par chèque, moitié à crédit.

10/12/2015 : Vente de deux armoires en chêne pour 5 000 euros HT. Le client a réglé comptant par carte bancaire. En contrepartie, un escompte de règlement de 2% lui a été accordé.

12/12/2015 : Suite à la commande d'un buffet, un client a procédé au versement d'une somme de 1 000 € à titre d'acompte.

13/12/2015 : L'entreprise a signé un nouveau contrat auprès d'un fournisseur d'accès internet. La première facture fait apparaître un loyer mensuel de 80 € HT ainsi qu'un dépôt de garantie de 500 € pour le matériel mis à disposition (modem-routeur). L'ensemble sera payé début janvier.

15/12/2015 : Prélèvement de 60 € par la banque au titre des frais de tenue de comptes.

20/12/2015 : Reçu une facture d'avoir concernant l'achat du 1^{er} décembre. Un rabais supplémentaire de 100 euros HT est accordé par le fournisseur.

26/12/2015 : Comptabilisation de la paie du mois de décembre. Les salaires nets à verser s'élèvent à 36 000 euros et les cotisations sociales salariales sont d'un montant global de 7 000 euros dont 4 000 pour les cotisations de la Sécurité Sociale, 1 500 pour l'assurance chômage et 1 500 pour les caisses de retraite complémentaire.

26/12/2015 : Comptabilisation des cotisations sociales patronales d'un montant global de 18 000 euros dont 7 500 pour les cotisations de sécurité sociale, 4 500 pour Pôle Emploi, 6 000 pour les caisses de retraite complémentaire.

30/12/2015 : Mise en paiement des salaires et cotisations sociales

Attention : *Pour simplifier les calculs, vous prendrez un taux de TVA de 20 %.*

Question : *Passer les écritures comptables relatives aux opérations courantes du mois de décembre au Journal de l'entreprise DUBOIS.*

SESSION 1 - 4 JANVIER 2016

Dossier n°3 (30 minutes)

Vous avez les informations suivantes concernant la société DOMADO SA pour le mois de novembre 2015. L'entreprise utilise la méthode de l'**inventaire intermittent**.

Date	Description	Quantités	Coût unitaire ou prix de vente
1/11	Stock initial	60	24 €
9/11	Achat	120	26 €
12/11	Vente	100	35 €
17/11	Achat	100	27 €
22/11	Vente	60	40 €
25/11	Achat	70	29 €
29/11	Vente	110	40 €

Travail à faire

Calculer dans l'ordre (a) la valeur du stock final, (b) le coût d'achat des marchandises vendues, (c) la marge commerciale en utilisant chacune des deux méthodes suivantes :

- 1. LIFO*
- 2. FIFO*

Dossier n°4 (30 minutes) au choix avec le dossier n°5

Le garage SUDAUTO qui clôture son exercice comptable le 31 décembre de chaque année fait l'acquisition le 5 juillet 2015 d'un pont élévateur pour son atelier. L'investissement s'élève à 54 000 € HT et sera réglé dans 30 jours. La machine est mise en service le 16 juillet 2015.

Question 1 : Enregistrer l'acquisition de cette machine.

Le choix est fait d'amortir ce matériel suivant la technique du dégressif fiscal sur 6 ans avec un coefficient de 2.

Question 2 : Présenter le plan d'amortissement de cette machine.

Question 3 : Enregistrez les écritures d'inventaire et l'extrait du bilan au 31 décembre 2016 concernant cet actif.

L'entreprise envisage une cession de ce matériel en avril 2017 pour 25 000 € HT.

Question 4 : Enregistrez les écritures liées à la cession de cet actif en 2017. Calculez le résultat sur la cession.

Après réflexion le dirigeant de l'entreprise considère que c'est l'amortissement linéaire qui exprime le mieux la dépréciation économique de la machine (la durée de vie économique coïncide avec la durée de vie fiscale et reste égale à six ans). L'entreprise ne souhaite pas pour autant abandonner l'amortissement dégressif pour des raisons fiscales.

Question 5 : Reprendre la question 3 en prenant en compte les remarques qui précèdent.

SESSION 1 - 4 JANVIER 2016

Dossier n°5 (30 minutes) au choix avec le dossier 4

La situation des clients douteux de l'entreprise **DISNET** se présente comme suit au 31/12/2015 avant inventaire (TVA 20%) :

Noms	Montant initial des créances	Dépréciation au bilan	Règlements effectués en 2015
GRINCHEUX	21 600	5 000	3 600
SIMPLET	6 000	2 500	aucun
	27 600	7 500	3 600

L'inventaire des créances au 31/12/2015 permet d'obtenir les informations suivantes :

GRINCHEUX: Il devrait nous régler 30 % de la créance restant due.

SIMPLET : Il est en liquidation judiciaire. Le liquidateur nous informe que la créance est définitivement irrécouvrable.

L'entreprise exporte en Suisse. Elle possède des créances en francs suisses comptabilisées pour 9 000 €. Lors de la clôture, le franc suisse s'échange contre 0,90 € (1CHF = 0,90 €) alors qu'il s'échangeait contre 1 € (1CHF = 1 €) lors de l'enregistrement de la créance.

Un prêt de 100 000 € a été accordé à une filiale le 1^{er} décembre 2015 aux conditions suivantes:

- taux 6%
- remboursement trimestriel par amortissements constants sur 2 ans
- première échéance 1^{er} mars 2016

La prime d'assurance versée le 1^{er} octobre 2015 pour 2 400 € couvre les locaux de l'entreprise jusqu'au 30 septembre 2016.

Question : Enregistrez les régularisations nécessaires au 31 décembre 2015.

Barème sur 20 points (+2 sur question bonus dossier n°4)

Dossier n°1 : 5 points (ne pas sanctionner si les intérêts courus ont été oubliés, rajouter 1 point de bonus dans le cas contraire)

Question 1 : 2 points

BILAN au 31/12/15 avant affectation

ACTIF	Brut	amort & dép	Net	PASSIF	Net
Matériel de transport	12 000	4 000	8 000	Capital	25 000
Créances clients	20 000		20 000	Résultat	50 700
Disponibilités	58 500		58 500	Emprunts (1)	10 800
TOTAL ACTIF	90 500	4 000	86 500	TOTAL PASSIF	86 500

(1) dont intérêts courus sur emprunt : $10\,000 \times 12\% \times 8/12 = 800$.

Justification du montant des disponibilités : 1 point

Apport en capital	25 000
Emprunt	10 000
Recettes encaissées	80 000
Petits équipements	-1 500
Locations	-8 000
Frais d'assurance	-10 000
Frais de personnel	-25 000
Acquisition minibus	-12 000
Solde	58 500

BILAN au 31/12/15 après affectation 0,5 point

ACTIF	Brut	amort & dép	Net	PASSIF	Net
Matériel de transport	12 000	4 000	8 000	Capital	25 000
Créances clients	20 000		20 000	Réserves	45 700
Disponibilités	58 500		58 500	Emprunt	10 800
				Autres dettes (1)	5 000
TOTAL ACTIF	90 500	4 000	86 500	TOTAL PASSIF	86 500

(1) dette vis à vis des associés concernant les dividendes à verser.

Question 2 : 1,5 points

Compte de résultat de l'exercice 2015

Charges		Produits	
Achats équipements	1 500	Prestations	100 000
Autres achats et charges externes	18 000		
Charges de personnel	25 000		
DADP	4 000		
Charges financières	800		
Bénéfice de l'exercice	50 700		
Total	100 000	Total	100 000

Dossier n°2 : 5 points (0,5 point par opération)

		1/12	
6	Achats de MP	1 900	
4	TVA déductible/ABS	380	
4	Fournisseurs B&S		2 280
		3/12	
2	Matériel & outillage	12 000	
4	TVA déductible/immo	2 400	
5	Banque		7 200
4	Fournisseurs d'immo		7 200
		10/12	
6	Escomptes accordés	100	
5	Banque	5 880	
7	Ventes de PF		5 000
4	TVA collectée/ventes		980
		12/12	
5	Banque	1 000	
4	Clients, avances sur cdes		1 000
		13/12	
6	Frais postaux et de tél.	80	
4	TVA déductible/ABS	16	
2	Dépôts & caut. versés	500	
4	Fournisseurs B&S		596
		15/12	
6	Services bancaires	50	
4	TVA déductible/ABS	10	
5	Banque		60
		20/12	
4	Fournisseurs B&S	120	
6	RRR obtenus		100
4	TVA déductible/ABS		20

6	Salaires	26/12	43 000	
42		Pers., rémunérations dues		36 000
431		URSSAF		4 000
4371		Pôle emploi		1 500
4372		Caisse retraite comptaire		1 500
6	Cotisations sociales	26/12	18 000	
431		URSSAF		7 500
4371		Pôle emploi		4 500
4372		Caisse retraite comptaire		6 000
42	Pers., rémunérations dues	30/12	36 000	
431	URSSAF		11 500	
4371	Pôle emploi		6 000	
4372	Caisse retraite comptaire		7 500	
5	Banque			61 000

Dossier n°3 : 5 points

SF en quantité = SI + entrées - sorties = 60 + (120 + 100 + 70) - (100 + 60 + 110) = 80

Question 1 : LIFO 2,5 points (80 à valoriser sur la base des premiers entrés, les derniers entrés ayant été les premiers sorti)

SF = 60 × 24 + 20 × 26 = **1 960 1 point**

CAMV = SI + achats - SF = 1 440 + (120 × 26 + 100 × 27 + 70 × 29) - 1 960 = **7 330**

0,75 point

Marge commerciale = Ventes - CAMV = (100 × 35 + 60 × 40 + 110 × 40) - 7 330 = **2 970**

0,75 point

Question 2 : FIFO 2,5 points (80 à valoriser sur la base des derniers entrés, les premiers entrés ayant été les premiers sorti)

SF = 70 × 29 + 10 × 27 = **2 300 1 point**

CAMV = SI + achats - SF = 1 440 + (120 × 26 + 100 × 27 + 70 × 29) - 2 300 = **6 990**

0,75 point

Marge commerciale = Ventes - CAMV = (100 × 35 + 60 × 40 + 110 × 40) - 6 990 = **3 310**

0,75 point

Dossier n°4 : 5 points

Question 1:

0,25 point 31/12/16

2	Matériel		54 000
4	TVA déductible/immo		10 800
4		Fournisseurs d'immo	64 800

Question 2 : Présenter le plan d'amortissement de la machine. (2 points: 0,25 pour le taux, 0,5 pour le prorata année 1, 0,75 pour le mode de calcul correct sur une base décroissante, 0,5 pour le traitement correct du passage à un amortissement constant)

Taux d'amortissement : $1/6 \times 2 = 1/3$

Dotation 2015 : $54\ 000 \times 1/6 \times 2 \times 6/12 = 9\ 000$

Dotation 2016 : $(54\ 000 - 9\ 000) \times 1/6 \times 2 = 15\ 000$

Année	Base d'amortissement	Dotation	Amortissement cumulé	VCFE
2015	54 000	9 000	9 000	45 000
2016	45 000	15 000	24 000	30 000
2017	30 000	10 000	34 000	20 000
2018	20 000	6 667	40 667	13 333
2019	20 000	6 667	47 334	6 666
2020	20 000	6 666	54 000	0

Question 3 : Écritures d'inventaire et extrait du bilan au 31/12/2016 **0,75 point**

0,25 point 31/12/16

681	DADP – Charges d'exploitation		15 000
2815		Amortissement du matériel	15 000

Extrait du bilan au 31 décembre 2016

0,5 point (0,125 par donnée correcte)

Actif	Exercice 2016			Exercice 2015
	Brut	Amortissements et provisions	Net	Net
Immobilisations corporelles: Installations techniques, matériel et outillage industriels	54 000	24 000	30 000	45 000
Total immobilisations				

Question 4 : Écritures de cession en 2017 **2 points (0,5 point par écriture)**.

	31/03/17		
4	Créances/cession d'immo	30 000	
775	PCEA		25 000
4457	TVA collectée/ventes		5 000
	31/12/17		
6	DADP - charges d'exploitation	2 500	
2	Amortissement du matériel		
	$10\,000 \times 3/12 = 2\,500$		2 500
	31/12/17		
2	Amortissement du matériel (24 000 + 2 500)	26 500	
6	VCEAC	27 500	
2	Matériel industriel		54 000

Résultat sur la cession **0,5 point**

Charges		Produits	
VCEAC (charges exceptionnelles)	27 500	PCEA (produits exceptionnels)	25 000
		Moins-value de cession	2 500

Question 5 : amortissements dérogatoires **Bonus de 2 points (0,5 point par écriture + 1 point pour l'extrait du bilan)**

Linéaire en 2015 : $54\,000 \times 1/6 \times 165/360 = 4125$ (comparé au dégressif de 9 000, l'amortissement dérogatoire est de 4 875).

Linéaire en 2016 : $54\,000 \times 1/6 = 9\,000$ (comparé au dégressif de 15 000, l'amortissement dérogatoire est de 6 000).

0,5 point 31/12/16

681	DADP – Charges d'exploitation	9 000	
2815	Amortissement du matériel		9 000

0,5 point 31/12/16

681	DADP – Charges exceptionnelles	6 000	
145	Amortissements dérogatoires		6 000

Extrait du bilan au 31 décembre 2016 **1 point**

Actif	Exercice 2016			Exercice 2015	Passif	Exercice 2016	Exercice 2015
	Brut	Amortissements et provisions	Net	Net			
Immobilisations corporelles: Installations techniques, matériel et outillage industriels	54 000	13 125	40 875	49 875	Provisions règlementées	10 875	4 875
Total immobilisations							

Dossier n°5 points (0,5 par écriture)

0,5 point/client	GRINCHEUX	SIMPLET
Nominal	21 600	6 000
Règlement en 2015	3 600	néant
Net TTC	18 000	6 000
HT	15 000	5 000
Dépréciation nécessaire	10 500	néant
Dépréciation existante	5 000	2 500
Dotation ou reprise	5 500	-2 500

GRINCHEUX

0,5 point		31/12/15		
681	DADP - charges d'exploitation			5 500
491		Dépréciation des créances clients		5 500

SIMPLET

0,5 point		31/12/15		
491	Dépréciation des créances clients			2 500
781		RADP - Pdts d'exploitation		2 500

0,5 point		31/12/15		
654	Pertes sur créances irrécouvrables			5 000
4457	TVA collectée/ventes			1 000
416		Clients douteux		6 000

Au moment de l'entrée de la créance pour 9 000 € dans le patrimoine, 1 CHF = 1 €. Par conséquent, cette créance est de 9 000 CHF.

Au 31 décembre, 1 CHF = 0,9 €. 9 000 CHF ne font plus que $9\,000 \times 0,9 = 8\,100$ €. La créance a diminué de 900 €. **0,5 point pour cette justification**

0,5 point		31/12/15		
4	≠ de conversion actif - diminution des créances			900
4		Client Suisse		900

0,5 point		31/12/15		
686	DADP - charges financières			900
1515		Provisions pour pertes de change		900

Corrigé partiel comptabilité L1 - session 1 - 2015-2016

		31/12/15		
2	0,5 point	Intérêts courus sur prêts		500
76		Revenus des prêts		500
		$100\ 000 \times 6\% \times 1/12 = 500$		
4	0,5 point	Charges constatées d'avance		1 800
6		Primes d'assurance		1 800
		$2\ 400 \times 9/12$		

SESSION 1 - 3 JANVIER 2017

UNIVERSITE DE PARIS I - PANTHEON-SORBONNE

U.F.R. 02

LICENCE - PREMIERE ANNEE

2016-2017

PARTIEL DE COMPTABILITE D'ENTREPRISE

DUREE DE L'EPREUVE : DEUX HEURES.

AUCUNE SORTIE AUTORISEE DURANT LA PREMIERE HEURE.

AUCUN DOCUMENT AUTORISE. CALCULATRICES NON AUTORISEES.

INDIQUEZ LA CLASSE DES COMPTES UTILISES LORS DE L'ENREGISTREMENT DES OPERATIONS AU JOURNAL.

UN TEMPS INDICATIF VOUS EST PROPOSE POUR CHAQUE DOSSIER A TRAITER.

Dossier n°1 (50 minutes)

Le 01/12/2016, Jacques SOLDIEZ et Eric LAMINEUR, anciens élèves de conservatoire de musique créent l'entreprise PIANOSHOP, magasin qui commercialise des pianos de la marque japonaise YOYOMAHA. Jacques SOLDIEZ fait un apport en argent de 80 000 euros déposé à la banque. Eric LAMINEUR fait l'apport en nature d'un local évalué à 100 000 euros. La banque leur accorde un prêt de 40 000 euros. Des agencements sont réalisés pour aménager le magasin pour 12 000 euros, un stock de 5 pianos à queue de la gamme « Concert » pour 50 000 euros et 5 pianos droits de la gamme « Ecole » pour 25 000 euros est constitué. YOYOMAHA a accepté que la moitié de la commande de piano ne lui soit réglée que dans 60 jours. Par ailleurs, 500 euros sont retirés du compte en banque de l'entreprise pour alimenter la caisse.

Il sera fait abstraction de la TVA dans cet exercice.

Q1 : Établir le bilan initial selon le modèle du PCG (après les opérations de création de l'entreprise décrites ci-dessus et avant toute opération d'exploitation décrite ci-dessous).

Au cours du mois de décembre, l'entreprise PIANOSHOP réalise les opérations suivantes :

04/12 : Paiement de l'intervention d'un accordeur pour la révision et l'accord des pianos livrés pour 800 euros.

07/12 : Vente d'un piano à queue de la gamme « Concert » à la Philharmonie de Paris pour 12 500 euros. La facture est payée par carte bancaire.

16/12 : Achat à YOYOMAHA de 5 pianos droits de la gamme « Ecole » pour un montant total de 26 000 euros. La facture est réglée pour moitié au comptant par chèque et pour moitié d'ici 30 jours.

20/12 : Vente de 3 pianos droits de la gamme « Ecole » au conservatoire de PANTIN pour 18 000 euros. La facture sera réglée dans 30 jours.

SESSION 1 - 3 JANVIER 2017

31/12 : Remboursement d'une première mensualité de l'emprunt pour 1 000 euros auxquels s'ajoutent 120 euros d'intérêts.

Q2 : *Enregistrer les opérations précédentes au journal en pratiquant la méthode de l'inventaire intermittent.*

Q3 : *Évaluer les stocks de pianos selon la méthode FIFO et passer les écritures de régularisation nécessaires concernant ces stocks du fait de la pratique de l'inventaire intermittent.*

Q4 : *Établir le bilan et le compte de résultat (modèle PCG) de l'entreprise PIANOSHOP à la fin du mois de décembre.*

Q5 : *Calculer la marge commerciale de l'entreprise à partir des données du compte de résultat. Calculer la marge commerciale par produits. Vérifier la cohérence des calculs*

Dossier n°2 (20 minutes)

Au mois de décembre 2016, l'entreprise LEMOHICAN spécialisée dans la fabrication de canoës traditionnels en bois massif réalise les opérations suivantes :

01/12/2016 : Achat de planches de cèdre rouge pour 5 000 euros HT. L'entreprise obtient un rabais de 10 %, car certaines planches présentent quelques défauts. L'achat est réglé à 60 jours.

03/12/2016 : Achat d'une dégauchisseuse pour l'atelier au prix de 8 000 euros HT. Cet achat est réglé pour un tiers au comptant par chèque, pour le solde à crédit au 15 janvier.

10/12/2016 : Vente de deux canoës pour 6 000 euros HT à l'OURCQ CAN'OHE CLUB. Le client a réglé comptant par carte bancaire.

12/12/2016 : Suite à la commande d'un canoë, un client a procédé au versement en liquide d'une somme de 500 € à titre d'acompte.

13/12/2016 : Achat de 100 kg de résine époxy entrant dans la fabrication des canoës à 20 €/kg. L'achat est réglé au comptant par chèque et donne lieu à un escompte de règlement de 2%.

15/12/2016 : Prélèvement de 48 € par la banque au titre des frais de tenue de comptes.

20/12/2016 : Suite à une réclamation de l'OURCQ CAN'OHE CLUB, après constatation d'un léger défaut sur un des deux canoës vendus, un rabais de 200 euros HT lui est accordé.

Attention : *Pour simplifier les calculs, vous prendrez un taux de TVA de 20 %.*

Question : *Passer les écritures comptables relatives aux opérations courantes du mois de décembre au Journal de l'entreprise LEMOHICAN.*

SESSION 1 - 3 JANVIER 2017

Dossier n°3 (30 minutes)

En 2016 l'entreprise DUFRAINE décide de se séparer d'une machine usagée et de la remplacer par une neuve.

On sait de l'ancienne machine qu'elle a été acquise le 30 janvier 2012 et mise en service le 16 février suivant et qu'elle faisait l'objet d'un amortissement linéaire sur 5 ans, la dernière dotation (2015) était de 2 000 €. Elle a été vendue le 30 juin 2016. Seule l'écriture suivante a été passée concernant sa cession :

	30/06		
462	Créances sur cessions d'immobilisations	1 800	
775	Produits des cessions d'éléments d'actif		1500
4457	TVA collectée sur ventes		300

Pour ce qui concerne la nouvelle machine, elle a été achetée au prix de 12 000 € le 8 juillet 2016 et mise en service le 20 du même mois. L'entreprise a décidé de l'amortir en dégressif sur 4 ans considérant que l'utilisation plus intensive de ce matériel justifie ce mode d'amortissement d'un point de vue économique.

Question 1 : Établir le tableau d'amortissement de l'ancienne machine (jusqu'à la date de cession). Comptabiliser les écritures manquantes concernant la cession. Déterminer le résultat de cession.

Question 2 : Présenter le plan d'amortissement de la nouvelle machine.

Question 3 : Enregistrez les écritures d'inventaire et l'extrait du bilan au 31 décembre 2017 concernant cet actif.

COEFICIENT D'AMORTISSEMENT	
Durée d'amortissement	Coef à appliquer
égale à 3 ou 4 ans	1,25
égale à 5 ou 6 ans	1,75
Supérieure à 6 ans	2,25

SESSION 1 - 3 JANVIER 2017

Dossier n°4 (20 minutes)

L'entreprise MEKANO est propriétaire d'une machine-outil acquise 150 000 € au 1^{er} juillet 2012 et mise en service immédiatement. Sa durée de vie était estimée à 10 ans et elle a fait l'objet d'un amortissement constant.

Au cours de l'exercice 2016, une nouvelle machine de même type apparaît sur le marché avec des capacités productives supérieures et des coûts d'utilisation moindres. Il existe donc un indice laissant penser que la machine-outil actuelle a perdu de sa valeur. Un test de dépréciation est effectué qui conduit à évaluer la valeur actuelle de la machine à 60 000 €. Celle-ci a été estimée en prenant le max entre :

- Valeur vénale de la machine (prix de vente présumé net des coûts de vente) = 60 000
- Valeur d'usage de la machine (valeur actualisée des flux de trésorerie futurs attendus de l'utilisation puis de la cession de la machine) = 55 000

La situation des clients douteux de l'entreprise MEKANO se présente comme suit au 31/12/2016 avant inventaire (TVA 20%) :

Noms	Montant initial des créances	Dépréciation au bilan	Règlements effectués en 2016
KASTO	4 320	1 000	720
BRIKO	8 400	5 500	1 200
	12 720	6 500	1 920

L'inventaire des créances au 31/12/2016 permet d'obtenir les informations suivantes :

KASTO: Il devrait nous régler 60 % de la créance restant due.

BRIKO : Il est en liquidation judiciaire. Le liquidateur a informé l'entreprise que la créance restant due était définitivement irrécouvrable.

La société BUROTIK estime que MEKANO n'a pas résilié dans les délais le contrat de maintenance des photocopieurs et réclame 24 000 € en dédommagement de cette rupture jugée abusive. Après consultation de son avocat, MEKANO estime la somme que pourrait légitimement réclamer BUROTIK à 18 000 €.

La prime d'assurance versée le 1^{er} octobre 2016 pour 2 400 € couvre les locaux de l'entreprise jusqu'au 30 septembre 2017.

Question : Enregistrez les régularisations nécessaires au 31 décembre 2016 en justifiant chacune de vos réponses.

Corrigé partiel comptabilité L1 - session 1

Concernant la notation des écritures comptables au journal, faire preuve d'indulgence lorsque l'intitulé du compte est approximatif, mais que la classe du compte est correcte.

En l'absence de la classe du compte, sanctionner d'1/4 de point si l'intitulé est correct, sinon mettre zéro. Si l'absence de classe de compte est répétée sur un même compte, ne sanctionner qu'une seule fois.

Dossier n°1 : 8,5 points

Question 1 : 1 point

ACTIF	BILAN		PASSIF
Bâtiments	100 000	Capital	180 000
Agencements	12 000	Emprunt	40 000
Stocks marchandises	75 000	Dettes fournisseurs	37 500
Disponibilités	70 500		
TOTAL ACTIF	257 500	TOTAL PASSIF	257 500

Justification du montant des disponibilités :

Apport en numéraire (2 x 60 000)	80 000
Emprunt	40 000
Agencements	-12 000
Stocks de marchandises réglés	-37 500
Solde	70 500

Question 2 : 2,5 points (1/2 point par opération)

61/62	04/12	Autres achats et charges externes	800	
5		Banque		800
5	07/12	Banque	12 500	
7		Ventes de marchandises		12 500
6	16/12	Achats de marchandises	26 000	
4		Fournisseurs de B&S		13 000
5		Banque		13 000
4	20/12	Clients	18 000	
7		Ventes de marchandises		18 000
1	31/12	Emprunts	1 000	
66		Intérêts	120	
5		Banque		1 120

Question 3 : 1,5 points

Pianos «Concert» 0,25 points

Date	Numéro de lot	Entrées			Sorties			Stocks		
		quantité	prix	Montant	quantité	prix	Montant	quantité	prix	Montant
	Stock initial							5	10 000	50 000
	Sortie				1	10 000	10 000	4	10 000	40 000

Le stock final est évalué à **40 000**.

Pianos «Ecole» 0,75 points

Date	Numéro de lot	Entrées			Sorties			Stocks		
		quantité	prix	Montant	quantité	prix	Montant	quantité	prix	Montant
	Stock Initial							5	5 000	25 000
	Entrée	5	5 200	26 000				5	5 000	25 000
								5	5 200	26 000
	Sortie				3	5 000	15 000	2	5 000	10 000
								5	5 200	26 000

Le stock final est évalué à **36 000**.

Stock initial : $50\ 000 + 25\ 000 = 75\ 000$

Stock final : $40\ 000 + 36\ 000 = 76\ 000$

603	variation stocks	1 0,25 point	75 000	
3		Stocks marchandises		75 000
3	Stocks marchandises	2 0,25 point	76 000	
603		variations de stocks		76 000

Question 4 : 2 points

ACTIF	BILAN 1 point	PASSIF	
Bâtiments	100 000	Capital	180 000
Agencements	12 000	Résultat	4 580
Stocks marchandises	76 000	Emprunt	39 000
Clients	18 000	Dettes fournisseurs	50 500
Disponibilités (*)	68 080		
TOTAL ACTIF	274 080	TOTAL PASSIF	274 080

(*) $70\ 500 - 800 + 12\ 500 - 13\ 000 - 1\ 120$

CHARGES	Compte de résultat 1 point		PRODUITS
Achats de marchandises	26 000	Vtes marchandises	30 500
Variation stocks	-1 000		
Autres achats & chges ext	800		
Charges financières	120		
Bénéfice	4 580		
TOTAL CHARGES	30 500	TOTAL PRODUITS	30 500

Question 5 : 1,5 points

Calcul de la marge commerciale de l'entreprise à partir des données du compte de résultat :

Ventes de marchandise	30 500
Achats de marchandises	26 000
Variations de stocks	-1 000
Coût d'achat des marchandises vendues	25 000
Marge commerciale 1 point	5 500

Calcul de la marge commerciale par produit commercialisé :

Un piano "Concert" : Prix de vente : 12 500

Coût d'achat: 10 000

Marge commerciale : 2 500 0,25 point

Trois pianos "Ecole": Prix de vente : 18 000

Coût d'achat : 15 000 (3 × 5 000)

Marge commerciale : 3 000 0,25 point

Marge commerciale globale : 2 500 + 3 000 = 5 500

Dossier n°2 : 3,5 points (1/2 point par opération)

	1/12		
6	Achats de MP	4 500	
4	TVA déductible/ABS	900	
4	Fournisseurs B&S		5 400
	3/12		
2	Matériel & outillage	8 000	
4	TVA déductible/immo	1 600	
5	Banque		3 200
4	Fournisseurs d'immo		6 400
	10/12		
5	Banque	7 200	
7	Ventes de produits finis		6 000
4	TVA collectée/ventes		1 200
	12/12		
5	Caisse	500	
4	Avances & acomptes reçus		500

Corrigé partiel comptabilité L1 - session 1

		13/12		
6	Achats de MP		2 000	
4	TVA déductible/ABS		392	
7		Escomptes obtenus		40
5		Banque		2 352
		15/12		
6	Services bancaires		40	
4	TVA déductible/ABS		8	
42		Pers., rémunérations dues		48
		20/12		
709	RRR accordés		200	
4	TVA collectée/ventes		40	
5		Banque		240

Dossier n°3 : 5 points

Q1 : Tableau d'amortissement de l'ancienne machine. (1,5 points: 0,5 pour le prorata année 1, 0,5 pour les années 2013 à 2015, 0,5 pour le prorata dernière année)

Année	Base d'amortissement	Dotation	Amortissement cumulé	VCFE
2012	10 000	1 750	1 750	8 250
2013	10 000	2 000	3 750	6 250
2014	10 000	2 000	5 750	4 250
2015	10 000	2 000	7 750	2 250
2016	10 000	1 000	8 750	1 250

Taux linéaire : 1/5

Dotation 2012 : $10\,000 \times 1/5 \times 315/360 = 1\,750$ 0,5 point

Dotation 2013 à 2015 : $10\,000 \times 1/5 = 2\,000$ 0,5 point

Dotation 2016 : $10\,000 \times 1/5 \times 180/360 = 1\,000$ 0,5 point

Ecritures manquantes concernant la cession :

		31/12/16		
681	DADP – Charges d'exploitation		1 000	
2815		Amortissement du matériel		1 000

	0,25 point	31/12/16		
675	VCEAC		1 250	
28	Amort du matériel		8 750	
215		Matériel		10 000

Corrigé partiel comptabilité L1 - session 1

0,25 point

PCEA	1 500
VCEAC	1 250
+value/cession	250

Q2 : Plan d'amortissement de la nouvelle machine (1,5 points: 0,5 pour le prorata année 1, 0,5 pour le passage au linéaire, 0,5 pour le mode de calcul correct sur une base décroissante)

Année	Base d'amortissement	Dotation	Amortissement cumulé	VCFE
2016	12 000	1 875	1 875	10 125
2017	10 125	3 375	5 250	6 750
2018	10 125	3 375	8 625	3 375
2019	10 125	3 375	12 000	0

Taux dégressif : $1/4 \times 1,25 = 31,25\%$

Dotation 2016 : $12\ 000 \times 31,25\% \times 6/12 = 1\ 875$

Dotation 2017 à 2019 : $10\ 125 \times 1/3 = 3\ 375$

Q3 : écritures d'inventaire et extrait du bilan au 31/12/2017

0,25 point 31/12/17

681	DADP – Charges d'exploitation	3 375	
2815	Amortissement du matériel		3 375

Extrait du bilan au 31 décembre 2017

1 point dont 0,75 point sur 2017, 0,25 point sur 2016

Actif	Exercice 2017			Exercice 2016
	Brut	Amortissements et provisions	Net	Net
Immobilisations corporelles:				
Installations techniques, matériel et outillage industriels	12 000	5 250	6 750	10 125
Total immobilisations	X	X	X	X

Dossier n°4 3 points

La machine-outil est amortie à hauteur de $150\ 000/10 = 15\ 000$ /an sauf la première année où l'amortissement n'est que de moitié ce qui fait un amortissement cumulé de $7\ 500 + 4 \times 15\ 000 = 67\ 500$ entre 2012 et 2016. Sa valeur comptable nette (VCN) est donc de $150\ 000 - 67\ 500 = 82\ 500$.

Sa valeur actuelle étant de 60 000, une dépréciation de 22 500 doit être constatée en plus de la dotation aux amortissements : 0,75 point pour cette justification

0,5 point 31/12/16

681	DADP – Charges d'exploitation	37 500	
28	Amortissement du matériel		15 000
29	Dépréciation du matériel		22 500

0,25 points/client

	KASTO	BRIKO
Nominal	4 320	8 400
Règlement en 2016	720	1 200
Net TTC	3 600	7 200
HT	3 000	6 000
Dépréciation nécessaire	1 200*	0
Dépréciation existante	1 000	5 500
Dotation ou reprise	+200	-5 500

* 3 000 × 40%

KASTO

0,25 point 31/12/16

681	DADP – Charges d'exploitation	200	
491	Dépréciation des créances clients		200

BRIKO

0,25 point 31/12/16

654	Pertes/créances irrécouvrables	6 000	
4457	TVA collectée/ventes	1 200	
416	Clients douteux		7 200

0,25 point 31/12/16

491	Dépréciation des créances clients	5 500	
781	RADP - Produits d'exploitation		5 500

BUROTIK

0,25 point 31/12/16

687	DADP-charges exceptionnelles	18 000	
1	Provisions pour litiges		18 000

Prime d'assurance

0,25 point 31/12/16

486	Charges constatées d'avance	1 800	
6	Primes d'assurance		1 800

Les raisonnements doivent être explicités, rédigés. Calculatrice interdites. Pour la partie QCM, toutes les bonnes réponses doivent être identifiées pour valider le point. Pas de point négatif en cas d'erreur.

Partie I : QCM (10 points)

Q1 Soit A, B et C trois ensembles d'un référentiel Ω . Cochez chaque expression correcte parmi les suivantes :

- (a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- (b) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$ **OK**
- (c) $A \cap B = (A \cap B) \cup (A \cap B)$ **OK**
- (d) $A \cup B \cup C = (A \setminus B) \cup (B \setminus C) \cup (C \setminus A)$

Q2 Une relation "R" dans un ensemble Ω n'est pas antisymétrique si :

- (a) $\forall x, y \in \Omega, xRy \text{ et } yRx \Rightarrow x=y$
- (b) $\exists x, y \in \Omega, xRy \text{ et } yRx \Rightarrow x=y$
- (c) $\exists x, y \in \Omega, xRy \text{ et } yRx \Rightarrow x \neq y$
- (d) aucune de ces réponses **OK**

Q3 La fonction valeur absolue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto |x|$ est :

- (a) injective
- (b) surjective
- (c) bijective
- (d) aucune de ces réponses **OK**

Q4 Identifiez chaque identité correcte parmi les suivantes :

- (a) $n \cdot C^k = k \cdot C^{k-1}$
- (b) $C^k = C^{k-1} \cdot C$
- (c) $\sum_{k=0}^n C^k = 2^{n+1}$ **OK**
- (d) Aucune de ces réponses

Q5 Pour tout $x \in \mathbb{R}$, l'expression $\ln(e^x + 1)$ peut également s'écrire :

- (a) x
- (b) $-\ln(e^{-x} - 1)$
- (c) $x + \ln(e^{-x} + 1)$ **OK**
- (d) aucune de ces réponses

Q6 Soit l'ensemble $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x - 6 \leq 0\}$. Identifiez chaque proposition correcte parmi les suivantes :

- (a) $x = 3$ est la borne supérieure de A
- (b) $x = -2$ est la borne inférieure de A
- (c) $x = 3$ est un majorant de A **OK**
- (d) A est fermé et borné **OK**

Q7 Soit la suite (u_n) définie par $u_{n+1} = \frac{u_n + 5}{2}$ et $u_0 = 1$. Cochez chaque assertion correcte parmi les suivantes :

- (a) (u_n) est croissante car $f(x) = \frac{x + 5}{2}$ est croissante
- (b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 10$ **OK**
- (c) La suite définie par $v_n = \frac{1}{u_n - 5}$ est géométrique **OK**
- (d) (u_n) est convergente quelle que soit $u_0 \in \mathbb{R}$ **OK**

Q8 Identifiez l'égalité correcte parmi les suivantes :

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4x - 2}{x} = 1$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} e^{-x} = 1$
- (c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1+x^2} = 0$ **OK**
- (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2 + x + 1 - x} = 1$ **OK**

Q9 L'élasticité ϵ_x en un point x de la fonction $f : x \mapsto \frac{x^2 + 1}{x-2}$ peut s'exprimer par :

- (a) $\epsilon_x = -\frac{5}{(x-2)^2}$
- (b) $\epsilon_x = \frac{5x}{x^2 - 2x^2 + 3x + 2}$ **OK**
- (c) $\epsilon_x = \frac{5}{x^2 - 2x^2 + 3x + 2}$
- (d) aucune de ces réponses

10 Soit la fonction $f : x \mapsto \sqrt[3]{x} + 4$ continue sur $[1, 2]$ et dérivable sur $]1, 2[$. Par le théorème des accroissements finis, on sait que :

(a) :le E] - I, 2(: / (e) = 4 **OK**

(b) :le E] - 1, 2(: / t(e) = 0

(c) \i d E]/ (- 1), / (2)[, :le E] - 1,2(: / (e) = **d**

(d) / s'annul e sur] - I, 2(

Partie II : Exercices (10 points)

Question I (5 points)

Soit la fonction d'une variable définie par $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - 1}$

- (1 point) Quel est son domaine de définition? Est-elle éventuellement paire ou impaire? On a $x^2 - 1 = 0$ lorsque $x = 1$ ou $x = -1$. La fonction est définie sur $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$. Elle n'est ni paire ni impaire. Par exemple, $f(-2) = \frac{7}{3}$, $f(2) = -\frac{1}{3}$ donc il existe au moins un $x \in D_f$ tel que $(-x) \in D_f$ et $f(-x) \neq f(x)$ et $f(-x) \neq -f(x)$.
- (1 point) Déterminer les asymptotes éventuelles de la fonction et donner leur équation.

AV:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1^-} J(x) &= \frac{2}{-} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} J(x) &= \frac{-}{-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} J(x) &= \frac{-2}{-} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} J(x) &= \frac{-2}{-} = -\infty \end{aligned}$$

Il y a donc deux asymptotes verticales d'équation $AV^- : x = -1$ et $AV^+ : x = 1$.

AH:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= 1 \end{aligned}$$

puisque numérateur et dénominateur sont deux polynômes, au voisinage de l'infini, ils sont équivalents à leur monôme du plus haut degré. On a donc $f(x) \sim \frac{x^2}{x^2} = 1$. La fonction présente donc une asymptote horizontale en $+\infty$ et $-\infty$ d'équation

$AH : y = 1$. Puisqu'il n'y a pas de présence d'une asymptote horizontale, il n'y a pas d'asymptote oblique.

- (1 point) Quels sont les points candidats à un extremum?

Conditions du premier ordre :

$$\begin{aligned} J'(x) &= \frac{(2x-2)(x^2-1) - (x^2-2x-1)(2x)}{(x^2-1)^2} \\ &= \frac{2x^3 - 2x - 2x^3 + 2 - 2x^3 + 4x^2 + 2x}{(x^2-1)^2} \\ &= \frac{2x^2 + 2}{(x^2-1)^2} \\ &= \frac{2(x^2 + 1)}{(x^2-1)^2} \end{aligned}$$

le numérateur de $J'(x)$ est toujours **strictement** positif (le dénominateur aussi), $J'(x)$ ne s'annule jamais, il n'y a aucun point candidat à un extremum. La fonction est strictement croissante sur D_f .

- (1 point) Quels sont les intervalles de concavité /convexité de f ? Déterminer la nature des points candidats et la présence éventuelle de point(s) d'inflexion.

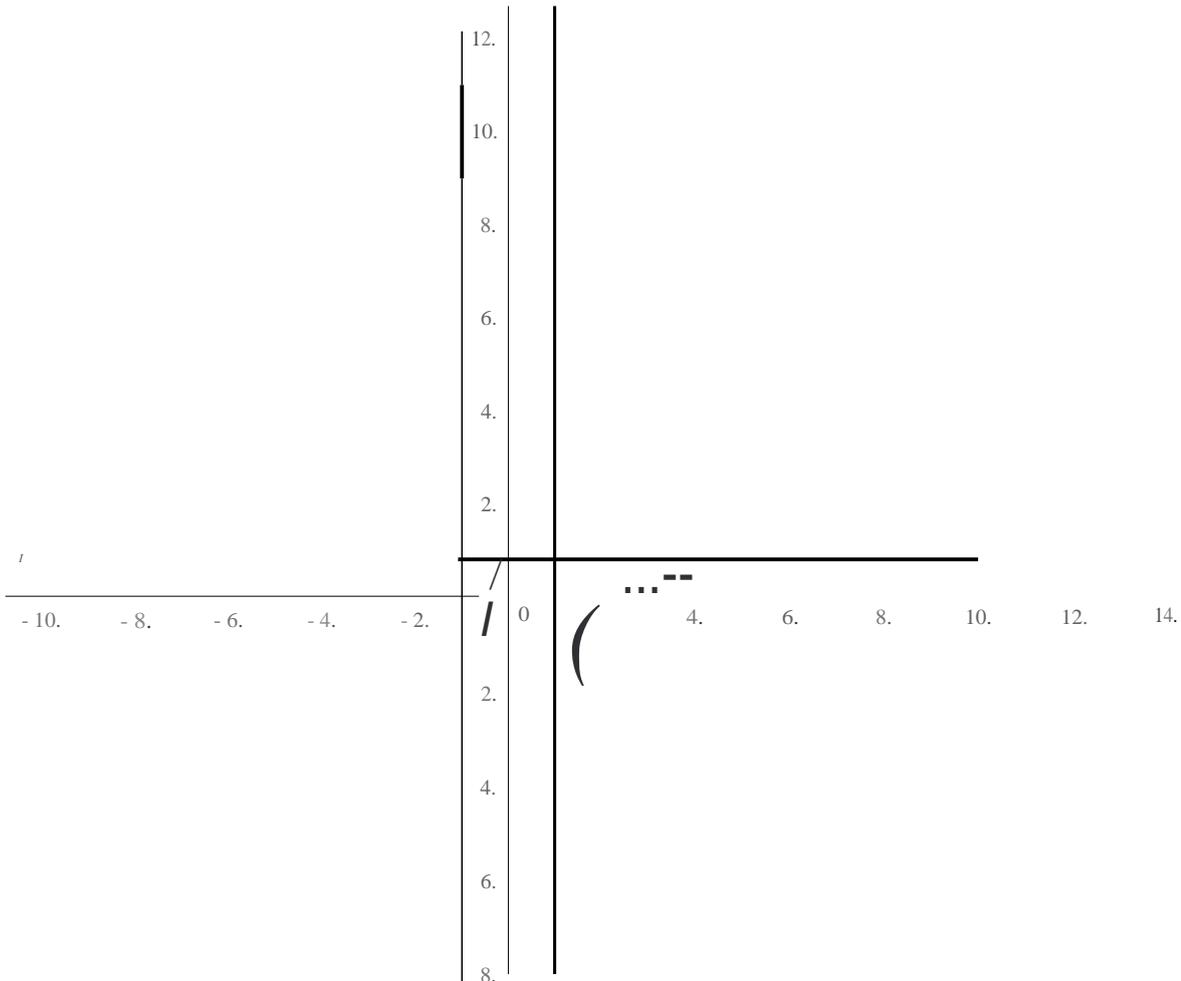
$$\begin{aligned} f''(x) &= \frac{4x(x^2-1)^2 - (2+2x^2)2(x^2-1)2x}{(x^2-1)^4} \\ &= \frac{4x^3 - 4x - 8x - 8x^3}{(x^2-1)^3} \\ &= \frac{-12x - 4x^3}{(x^2-1)^3} \\ &= \frac{-4x(3+x^2)}{(x^2-1)^3} \end{aligned}$$

x	-1	0	1	
$-4x(3+x^2)$	+	+	-	-
x^2-1	+	-	-	+
$f''(x)$	+	-	+	-

La fonction f est convexe sur $]-1, 0[$ et concave sur $]0, 1[$. Elle présente une asymptote verticale en $x = -1$ et en $x = 1$, elle ne peut donc pas présenter un point d'inflexion. En $x = 0$, la fonction passe de concave à convexe, c'est donc un point d'inflexion.

5) (1 point) Construire le tableau de variation et esquissez la représentation graphique de $f(x)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
f'	+		+	+		+
f''	+		-	+		-
$f(x)$	/		/		/	



Question II (5 points)

Répondez à l'une des deux questions : A ou B

Question A

Soit la fonction de deux variables définie par $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy$.

- 1) (1 point) Déterminer le(s) candidat(s) à un extremum pour la fonction $J(x, y)$.
Les conditions du premier ordre sont:

$$J'_x(x, y) = 2x - y = 0$$

$$J'_y(x, y) = 2y - x = 0$$

De la première équation on a $y = 2x$ que l'on substitue dans la seconde pour obtenir $4x - x = 0 \Rightarrow x = 0$ et donc $y = 0$. Le seul point candidat à un extremum est le point $(0, 0)$.

- 2) (1 point) Grâce aux conditions du second ordre, déterminer la nature du(des) candidat(s).
Les conditions du second ordre sont :

$$J''_{xx}(x, y) = 2$$

$$J''_{yy}(x, y) = 2$$

$$J''_{xy}(x, y) = -1 = J''_{yx}(x, y)$$

Il s'agit de constantes. Puisque $J''_{xx}(0, 0) = J''_{yy}(0, 0) = 2 > 0$ et $(J''_{xx}(0, 0)J''_{yy}(0, 0) - (J''_{xy}(0, 0))^2) = 1$, le point $(0, 0)$ est un extremum. On a $J''_{xx}(0, 0) = 2 > 0$, la fonction y est convexe et le point $(0, 0)$ est un minimum. Il est même global étant donné la constante des dérivées secondes, la fonction est convexe sur \mathbf{R}^2 .

- 3) (2 points) Optimiser la fonction $f(x, y)$ sous la contrainte $x + y = 8$ par la méthode du Lagrangien (uniquement les conditions du premier ordre).

Le lagrangien associé au problème s'écrit :

$$L(x, y, \lambda) = x^2 + y^2 - xy + \lambda(x + y - 8)$$

Les conditions nécessaires d'optimalité sont:

$$L'_x(x, y, \lambda) = 2x - y + \lambda = 0$$

$$L'_y(x, y, \lambda) = 2y - x + \lambda = 0$$

$$L'_\lambda(x, y, \lambda) = x + y - 8 = 0$$

Par $L'_x + L'_y$ on obtient $x + y = 0 \Leftrightarrow x = -y$. On substitue dans la dernière équation qui devient $2x = 8 \Leftrightarrow x = 4$ et donc $y = -4$.
Le point $(4, -4)$ est candidat à un extremum.

- t) (1 point) Montrez que ce problème se ramène à un problème d'optimisation d'une fonction d'une seule variable $h(x)$ que vous préciserez. Vérifiez les résultats obtenus précédemment.

On tire de la contrainte que $y = x - 8$. La fonction objectif devient

$$f(x, x - 8) = x^2 + (x - 8)^2 - x(x - 8) = x^2 - 8x + 64$$

qui est fonction de la seule variable x , que l'on note $h(x)$. Pour optimiser $h(x)$, on annule sa dérivée première:

$$h'(x) = 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = 4$$

et puisque $y = x - 8$, $y = -4$, ce qui correspond à la solution trouvée précédemment. Facultatif : $h''(x) = 2$, la fonction est convexe, le point candidat trouvé est un minimum global.

Question B

Un consommateur décide de répartir son budget de loisirs sportifs d'un montant de 360 euros entre x_1 heures de canoë (au prix de 12 euros par heure) et x_2 heures de vélo (au prix de 2 euros par heure). La satisfaction qu'il retire de x_1 heures de canoë et x_2 heures de vélo est mesurée par une fonction d'utilité:

$$U(x_1, x_2) = 0.5x_1^2 x_2^3$$

- 1) (1 point) Déterminez les utilités marginales associées au canoë $\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1} = U_1(x_1, x_2)$ et au vélo $\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2} = U_2(x_1, x_2)$

Quelle est l'interprétation économique?

$$U_1(x_1, x_2) = 20x_2^3$$

$$U_2(x_1, x_2) = 30x_1^2$$

Ces utilités marginales correspondent à l'augmentation de l'utilité totale due à la pratique d'un temps supplémentaire infinitésimal du sport correspondant.

- 2) (2 points) Déterminez l'expression des dérivées partielles du second ordre $\frac{\partial^2 U(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2}$ ainsi que l'expression en valeurs numériques de ces dérivées au point (1, 5). Qu'observez-vous ?

$$U_{11}(x_1, x_2) = 60x_2^3 \quad U_{11}(1, 5) = 1500$$

$$U_{12}(x_1, x_2) = 60x_1x_2^2 \quad U_{12}(1, 5) = 1500$$

$$U_{21}(x_1, x_2) = 120x_1x_2 \quad U_{21}(1, 5) = 600$$

$$U_{22}(x_1, x_2) = 20x_1^2 \quad U_{22}(1, 5) = 20$$

Les dérivées du second ordre croisées sont identiques tandis que les dérivées du troisième ordre ne le sont plus forcément.

- 3) (2 points) Par la méthode du Lagrangien (uniquement les conditions du premier ordre), déterminez les quantités x_1 et x_2 qui maximisent la satisfaction du consommateur sous sa contrainte de budget.

$$L(x_1, x_2, A) = 10x_1^2 + A(12x_1 + 2x_2 - 360)$$

$$L_1(x_1, x_2, A) = 20x_1 + 12A = 0$$

$$L_2(x_1, x_2, A) = 2A = 0$$

$$L(x_1, x_2, A) = 12x_1 + 2x_2 - 360 = 0$$

Par conséquent on obtient $x_1 = 12$ et $x_2 = 9x_1 = 108$. On substitue dans la dernière équation : $12x_1 + 2x_2 = 360$ $x_2 = 12$ et

Les raisonnements doivent être explicités, rédigés. Calculatrices interdites. Pour la partie QCM, toutes les bonnes réponses doivent être identifiées pour valider le point. Pas de point négatif en cas d'erreur.

Partie I : QCM (10 points)

Q1 Soit A, B et C trois ensembles d'un référentiel Ω . Cochez chaque expression correcte parmi les suivantes :

- (a) $A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (c) $(A \setminus B) \cap (A \cap B) = \emptyset$ OK
 (b) $A \cap (B \cup C) \subseteq (A \cup B) \cap C$ (d) $\Omega \setminus (\Omega \setminus A) = A$ OK

Q2 Une relation " R " dans un ensemble Ω n'est pas une relation d'équivalence si :

- (a) $\exists x \in \Omega, xRx$ (c) $\exists x, y, z \in \Omega, xRy$ et yRz et $x; R z$ OK
 (b) $\forall x \in \Omega, \exists y \in \Omega, xRy$ et yRx (d) $\forall x, y, z \in \Omega, xRy$ et $y; R z \Rightarrow x; R z$

Q3 $\forall x, y \in \mathbb{R}$, identifiez chaque identité correcte parmi les suivantes :

- (a) $|(2x) \cdot y| = |x| \cdot |2y|$ OK (b) $||x| - |y|| \leq |x - y|$ OK (c) $|2x + y| \geq |2x| + |y|$ (d) $|x + yz| \leq |x| + y \cdot |z|$

Q4 Que vaut l'expression suivante : $\sum_{k=1}^8 C_8^k =$

- (a) 255 OK (b) 512 (c) 1024 (d) aucune de ces réponses

Q5 Pour tout $x \in \mathbb{R}$, l'expression $\ln(e^{2x} \cdot e^x)$ peut également s'écrire :

- (a) $2x^2$ (b) $3x$ OK (c) 2 (d) aucune de ces réponses

Q6 Soit l'ensemble $A = \left(x \in \mathbb{R} \mid x = (-1)^n \cdot \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^* \right)$. Identifiez chaque proposition correcte parmi les suivantes :

- (a) $x = 1$ est le maximum de A (c) $x = -1 - \epsilon, (\epsilon > 0)$ est un majorant de A
 (b) $x = -1$ est la borne inférieure de A OK (d) A est borné OK

Q7 Soit la fonction f définie par $f(x, y) = \frac{x \cdot y}{x^2 + y^2}$. Son domaine de définition est :

- (a) $\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^*$ (b) $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^*$ (c) $(\mathbb{R} \times \mathbb{R}^*) \cup (\mathbb{R}^* \times \mathbb{R})$ OK (d) aucune de ces réponses

Q8 Lorsque x tend vers 3, la valeur de la fonction f définie par $f(x) = \frac{(x-1) - \sqrt{x+1}}{x^2 - 3x}$ tend vers

- (a) 4 (b) $+\infty$ (c) 0 (d) aucune de ces réponses
OK

Q9 L'élasticité ϵ_f^x au point $x = 1$ de la fonction f définie par $f(x) = \frac{x}{3x+1}$ vaut :

- (a) $\epsilon_f^1 = 0,333 \dots$ (b) $\epsilon_f^1 = 1$ (c) $\epsilon_f^1 = 0,25$ OK (d) aucune de ces réponses

Q10 Soit la fonction f définie par $f(x) = \ln(3x^2 + 1)$. La fonction dérivée première de f peut s'écrire :

- (a) $f'(x) = -\frac{1}{(3x^2 + 1)^2}$ (b) $f'(x) = \frac{1}{3x^2 + 1}$ (c) $f'(x) = \frac{3}{(3x^2 + 1)^2}$ (d) aucune de ces réponses
OK

Partie II : Exercices (10 points)

Question I (3 points)

Soit la suite définie par $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{4u_n - 1}$ avec $u_0 = 1$.

- 1) En supposant que la suite est convergente, quelle est la valeur de la limite de cette suite ?
- 2) Selon que la limite trouvée en 1) est supérieure ou inférieure à u_0 , montrer par récurrence que cette limite est un majorant ou respectivement un minorant pour cette suite
- 3) Montrer que cette suite est monotone, en préciser le sens et conclure quant à la convergence de la suite.

Corrigé :

1. Une suite définie par récurrence convergente admet pour limite un point fixe de la fonction définissant la récurrence :

$$\begin{aligned} \frac{3x - 1}{4x - 1} &= x \\ \Leftrightarrow 3x - 1 &= 4x^2 - x \\ \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow 4x^2 - x + \frac{1}{4} &= 0 \\ \Leftrightarrow 4x - \frac{1}{2} &= 0 \end{aligned}$$

donc la seule limite possible pour (u_n) est $\frac{1}{2}$

2. Il faut montrer que la suite est minorée par $\frac{1}{2}$ Par récurrence : on a $u_0 = 1 > \frac{1}{2}$. Admettons que $u_n \geq \frac{1}{2}$, est-ce que $u_{n+1} \geq \frac{1}{2}$?

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= \frac{3u_n - 1}{4u_n - 1} \geq \frac{1}{2} \\ 3u_n - 1 &\geq 2u_n - \frac{1}{2} \\ u_n &\geq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ce qui est vrai par l'hypothèse de récurrence. La proposition est héréditaire, la suite est bien minorée par $\frac{1}{2}$.

3. Deux ou trois façons pour montrer la monotonie :

(a) $f'(x) = \frac{3(4x - 1) - 4(3x - 1)}{(4x - 1)^2} = \frac{1}{(4x - 1)^2} > 0$ donc la suite est monotone.

(b)

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \frac{3u_n - 1}{4u_n - 1} - \frac{3u_{n-1} - 1}{4u_{n-1} - 1} \\ &= \frac{12u_n u_{n-1} - 3u_n - 4u_{n-1} + 1 - 12u_n u_{n-1} + 3u_{n-1} + 4u_{n-1} - 1}{(4u_n - 1)(4u_{n-1} - 1)} \\ &= \frac{u_n - u_{n-1}}{(4u_n - 1)(4u_{n-1} - 1)} \end{aligned}$$

donc $u_{n+1} - u_n$ est de même signe que $u_n - u_{n-1}$ si $(4u_n - 1)(4u_{n-1} - 1) > 0$. Or $u_n \geq \frac{1}{2}$ pour tout n , donc $4u_n - 1 \geq 1$ ce qui implique $(4u_n - 1)(4u_{n-1} - 1) > 0$. La suite est monotone et par récurrence, $u_{n+1} - u_n$ sera de même signe que $u_1 - u_0$.

(c)

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \frac{3u_n - 1}{4u_n - 1} - \frac{3u_{n-1} - 1}{4u_{n-1} - 1} \\ &= \frac{-4u_n + 4u_{n-1} - 1}{4u_n - 1} \end{aligned}$$

Le numérateur ne s'annule que lorsque $u_n = \frac{1}{2}$, il est donc toujours négatif ou nul. Le dénominateur est négatif pour $u_n < \frac{1}{4}$ et positif autrement. Donc, $u_{n+1} - u_n$ est positif si $u_n < \frac{1}{4}$ et négatif autrement. Or, on sait que $u_n \geq \frac{1}{2}$, donc $u_{n+1} - u_n \leq 0$.

Par ces trois méthodes, on peut conclure que la suite est monotone. On étudie $u_1 - u_0 = \frac{2}{3} - 1 < 0$ donc la suite est décroissante. Par le théorème fondamental sur les suites, la suite (u_n) étant décroissante et minorée, elle converge et sa limite vaut $1/2$.

Question II (3 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x^2 + x - 3}{x - 3}$.

- 1) Déterminer son domaine de définition et l'équation de ses éventuelles asymptotes verticale(s), horizontale(s) et oblique(s).
- 2) Déterminer ses candidats à un extremum et caractériser leur nature (minimum, maximum ou point d'inflexion).
- 3) Esquisser la représentation graphique de f .

Corrigé :

- 1) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) &= \frac{12}{0^+} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) &= \frac{12}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= -\infty \\ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} &= 2 \\ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - 2x &= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + x - 3 - 2x^2 - 6x}{x - 3} = 7 \end{aligned}$$

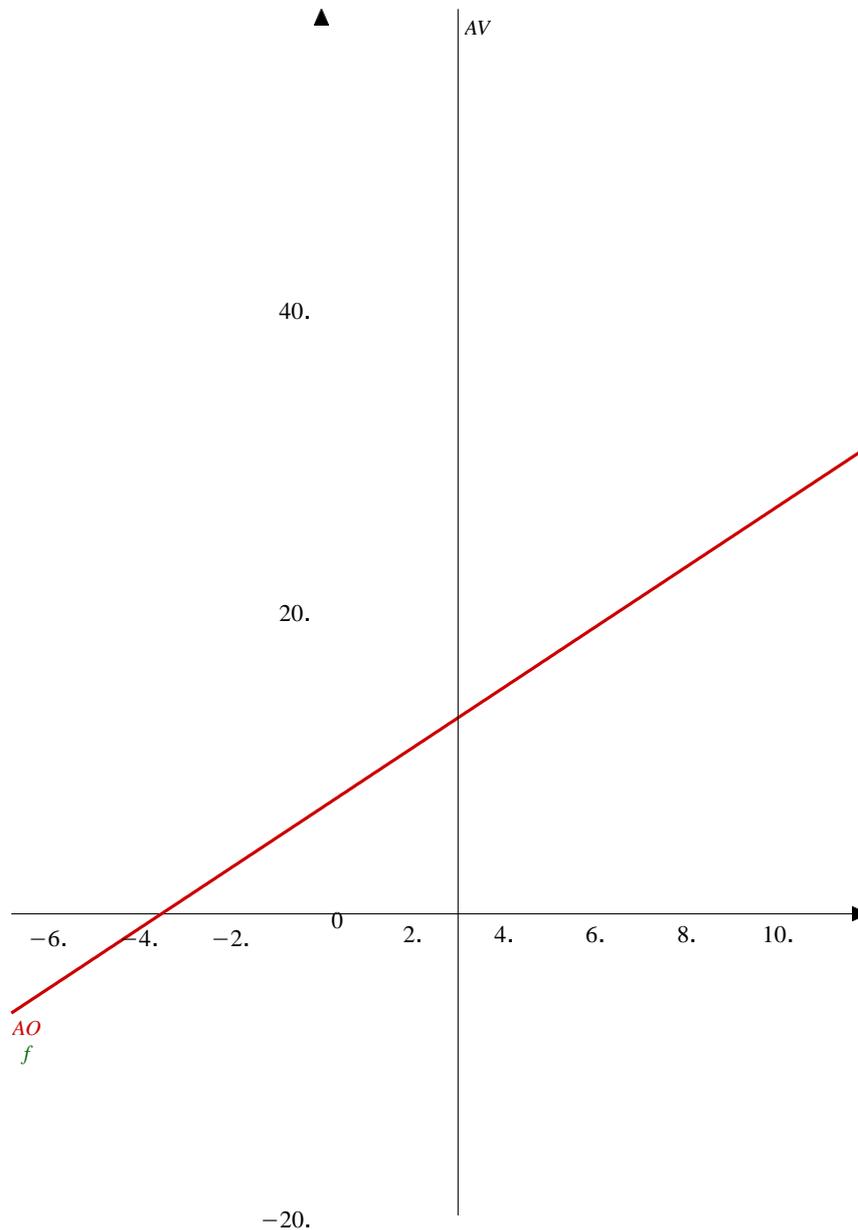
Conclusions : AV $\equiv x = 3$, pas d'asymptote horizontale et AO $\equiv y = 2x + 7$.

2)

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(4x+1)(x-3) - 2x^2 - x + 3}{(x-3)^2} = \frac{2x^2 - 12x}{(x-3)^2} \\ f''(x) &= \frac{(4x-12)(x-3)^2 - (2x^2 - 12x)2(x-3)}{(x-3)^4} = \frac{(4x-12)(x-3) - (4x^2 - 24x)}{(x-3)^3} = \frac{36}{(x-3)^3} \end{aligned}$$

Les candidats à un extremum sont $x = 0$ ou $x = 6$. Puisque $f''(0) < 0$, le premier est un maximum local et puisque $f''(6) > 0$, le second est un minimum local. Pas de point d'inflexion.

- 3) Représentation graphique :



Question III (4 points)

Soit la fonction f de deux variables définie par $f(x, y) = 2 \ln(xy) - 4x^2 - y^2$.

- 1) (2 points) Déterminer les quatre candidats à un extremum pour la fonction $f(x, y)$.
- 2) (1 point) Vérifier parmi ces quatre candidats lesquels font partie du domaine de définition.
- 3) (1 point) Grâce aux conditions du second ordre, déterminer la nature du(des) candidat(s) identifiés au point précédent.
- 4) (Bonus de 0,5 point) La fonction dispose-t-elle d'un extremum global ?

Corrigé :

1)

$$f'_x(x, y) = \frac{2}{x} - 8x$$

$$f'_y(x, y) = \frac{2}{y} - 2y$$

les deux équations s'annulent simultanément aux points $(1/2, 1)$, $(-1/2, 1)$, $(1/2, -1)$ et $(-1/2, -1)$.

- 2) $f(x, y)$ est définie sur $\mathbb{R}^*_+ \cup \mathbb{R}^*_-$ donc les points $(-1/2, 1)$ et $(1/2, -1)$ ne font pas partie du domaine de définition. En effet, en ces points, le $2 \ln(xy)$ n'est pas défini.

3)

$$\begin{aligned} f_{11}(x, y) &= -\frac{2}{x^2} - 8 = \frac{-2 - 8x^2}{x^2} \\ f_{22}(x, y) &= -\frac{2}{y^2} - 2 = \frac{-2 - 2y^2}{y^2} \\ f_{12}''(x, y) &= 0 = f_{21}''(x, y) \end{aligned}$$

On remarque que $f_{11}''(x, y) < 0$ et $f_{22}''(x, y) < 0$ quel que soit le point (x, y) du domaine de définition. Ainsi, $f_{11}''(1/2, 1) = -16$ et $f_{22}''(1/2, 1) = -10$ donc $f_{11}''(1/2, 1) \times f_{22}''(1/2, 1) > (f_{12}''(1/2, 1))^2 = 0$. On retrouve les mêmes résultats pour le point $(-1/2, -1)$. Ces deux points sont donc bien des extrema. Puisque $f_{11}''(x, y) < 0$ pour ces deux points, il s'agit de maxima locaux.

4) La valeur prise par la fonction aux deux points extrêmes identifiés est identique. Donc, aucun des deux n'est un extremum global.

Les raisonnements doivent être explicités, rédigés. Calculatrices interdites. Pour la partie QCM, toutes les bonnes réponses doivent être identifiées pour valider le point. Pas de point négatif en cas d'erreur.

Partie I : QCM (10 points)

Q1 Soit A, B et C trois ensembles d'un référentiel Ω . Cochez chaque expression correcte parmi les suivantes :

- (a) $A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (c) $(A \setminus B) \cap (A \cap B) = \emptyset$ OK
 (b) $A \cap (B \cup C) \subseteq (A \cup B) \cap C$ (d) $\Omega \setminus (\Omega \setminus A) = A$ OK

Q2 Une relation " R " dans un ensemble Ω n'est pas une relation d'équivalence si :

- (a) $\exists x \in \Omega, xRx$ (c) $\exists x, y, z \in \Omega, xRy$ et yRz et $x; Rz$ OK
 (b) $\forall x \in \Omega, \exists y \in \Omega, xRy$ et yRx (d) $\forall x, y, z \in \Omega, xRy$ et $y; Rz \Rightarrow x; Rz$

Q3 $\forall x, y \in \mathbb{R}$, identifiez chaque identité correcte parmi les suivantes :

- (a) $|(2x) \cdot y| = |x| \cdot |2y|$ OK (b) $||x| - |y|| \leq |x - y|$ OK (c) $|2x + y| \geq |2x| + |y|$ (d) $|x + yz| \leq |x| + y \cdot |z|$

Q4 Que vaut l'expression suivante : $\sum_{k=1}^8 C_8^k =$

- (a) 255 OK (b) 512 (c) 1024 (d) aucune de ces réponses

Q5 Pour tout $x \in \mathbb{R}$, l'expression $\ln(e^{2x} \cdot e^x)$ peut également s'écrire :

- (a) $2x^2$ (b) $3x$ OK (c) 2 (d) aucune de ces réponses

Q6 Soit l'ensemble $A = \left(x \in \mathbb{R} \mid x = (-1)^n \cdot \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^* \right)$. Identifiez chaque proposition correcte parmi les suivantes :

- (a) $x = 1$ est le maximum de A (c) $x = -1 - \epsilon, (\epsilon > 0)$ est un majorant de A
 (b) $x = -1$ est la borne inférieure de A OK (d) A est borné OK

Q7 Soit la fonction f définie par $f(x, y) = \frac{x \cdot y}{x^2 + y^2}$. Son domaine de définition est :

- (a) $\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^*$ (b) $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^*$ (c) $(\mathbb{R} \times \mathbb{R}^*) \cup (\mathbb{R}^* \times \mathbb{R})$ OK (d) aucune de ces réponses

Q8 Lorsque x tend vers 3, la valeur de la fonction f définie par $f(x) = \frac{(x-1) - \sqrt{x+1}}{x^2 - 3x}$ tend vers

- (a) 4 (b) $+\infty$ (c) 0 (d) aucune de ces réponses
OK

Q9 L'élasticité ϵ_f^x au point $x = 1$ de la fonction f définie par $f(x) = \frac{x}{3x+1}$ vaut :

- (a) $\epsilon_f^1 = 0,333 \dots$ (b) $\epsilon_f^1 = 1$ (c) $\epsilon_f^1 = 0,25$ OK (d) aucune de ces réponses

Q10 Soit la fonction f définie par $f(x) = \ln(3x^2 + 1)$. La fonction dérivée première de f peut s'écrire :

- (a) $f'(x) = -\frac{1}{(3x^2 + 1)^2}$ (b) $f'(x) = \frac{1}{3x^2 + 1}$ (c) $f'(x) = \frac{3}{(3x^2 + 1)^2}$ (d) aucune de ces réponses
OK

Partie II : Exercices (10 points)

Question I (3 points)

Soit la suite définie par $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{4u_n - 1}$ avec $u_0 = 1$.

- 1) En supposant que la suite est convergente, quelle est la valeur de la limite de cette suite ?
- 2) Selon que la limite trouvée en 1) est supérieure ou inférieure à u_0 , montrer par récurrence que cette limite est un majorant ou respectivement un minorant pour cette suite
- 3) Montrer que cette suite est monotone, en préciser le sens et conclure quant à la convergence de la suite.

Corrigé :

1. Une suite définie par récurrence convergente admet pour limite un point fixe de la fonction définissant la récurrence :

$$\begin{aligned} \frac{3x - 1}{4x - 1} &= x \\ \Leftrightarrow 3x - 1 &= 4x^2 - x \\ \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + \frac{1}{4} &= 0 \\ \Leftrightarrow 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 &= 0 \end{aligned}$$

donc la seule limite possible pour (u_n) est $\frac{1}{2}$

2. Il faut montrer que la suite est minorée par $\frac{1}{2}$ Par récurrence : on a $u_0 = 1 > \frac{1}{2}$. Admettons que $u_n \geq \frac{1}{2}$, est-ce que $u_{n+1} \geq \frac{1}{2}$?

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= \frac{3u_n - 1}{4u_n - 1} \geq \frac{1}{2} \\ 3u_n - 1 &\geq \frac{2u_n - 1}{2} \\ u_n &\geq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ce qui est vrai par l'hypothèse de récurrence. La proposition est héréditaire, la suite est bien minorée par $\frac{1}{2}$.

3. Deux ou trois façons pour montrer la monotonie :

(a) $f'(x) = \frac{3(4x - 1) - 4(3x - 1)}{(4x - 1)^2} = \frac{1}{(4x - 1)^2} > 0$ donc la suite est monotone.

(b)

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \frac{3u_n - 1}{4u_n - 1} - \frac{3u_{n-1} - 1}{4u_{n-1} - 1} \\ &= \frac{12u_n u_{n-1} - 3u_n - 4u_{n-1} + 1 - 12u_n u_{n-1} + 3u_{n-1} + 4u_{n-1} - 1}{(4u_n - 1)(4u_{n-1} - 1)} \\ &= \frac{u_n - u_{n-1}}{(4u_n - 1)(4u_{n-1} - 1)} \end{aligned}$$

donc $u_{n+1} - u_n$ est de même signe que $u_n - u_{n-1}$ si $(4u_n - 1)(4u_{n-1} - 1) > 0$. Or $u_n \geq \frac{1}{2}$ pour tout n , donc $4u_n - 1 \geq 1$ ce qui implique $(4u_n - 1)(4u_{n-1} - 1) > 0$. La suite est monotone et par récurrence, $u_{n+1} - u_n$ sera de même signe que $u_1 - u_0$.

(c)

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \frac{3u_n - 1}{4u_n - 1} - \frac{3u_{n-1} - 1}{4u_{n-1} - 1} \\ &= \frac{-4u_n + 4u_{n-1} - 1}{4u_n - 1} \end{aligned}$$

Le numérateur ne s'annule que lorsque $u_n = \frac{1}{2}$, il est donc toujours négatif ou nul. Le dénominateur est négatif pour $u_n < \frac{1}{4}$ et positif autrement. Donc, $u_{n+1} - u_n$ est positif si $u_n < \frac{1}{4}$ et négatif autrement. Or, on sait que $u_n \geq \frac{1}{2}$, donc $u_{n+1} - u_n \leq 0$.

Par ces trois méthodes, on peut conclure que la suite est monotone. On étudie $u_1 - u_0 = \frac{2}{3} - 1 < 0$ donc la suite est décroissante. Par le théorème fondamental sur les suites, la suite (u_n) étant décroissante et minorée, elle converge et sa limite vaut $1/2$.

Question II (3 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x^2 + x - 3}{x - 3}$.

- 1) Déterminer son domaine de définition et l'équation de ses éventuelles asymptotes verticale(s), horizontale(s) et oblique(s).
- 2) Déterminer ses candidats à un extremum et caractériser leur nature (minimum, maximum ou point d'inflexion).
- 3) Esquisser la représentation graphique de f .

Corrigé :

- 1) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) &= \frac{12}{0^+} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) &= \frac{12}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= -\infty \\ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} &= 2 \\ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - 2x &= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + x - 3 - 2x^2 - 6x}{x - 3} = 7 \end{aligned}$$

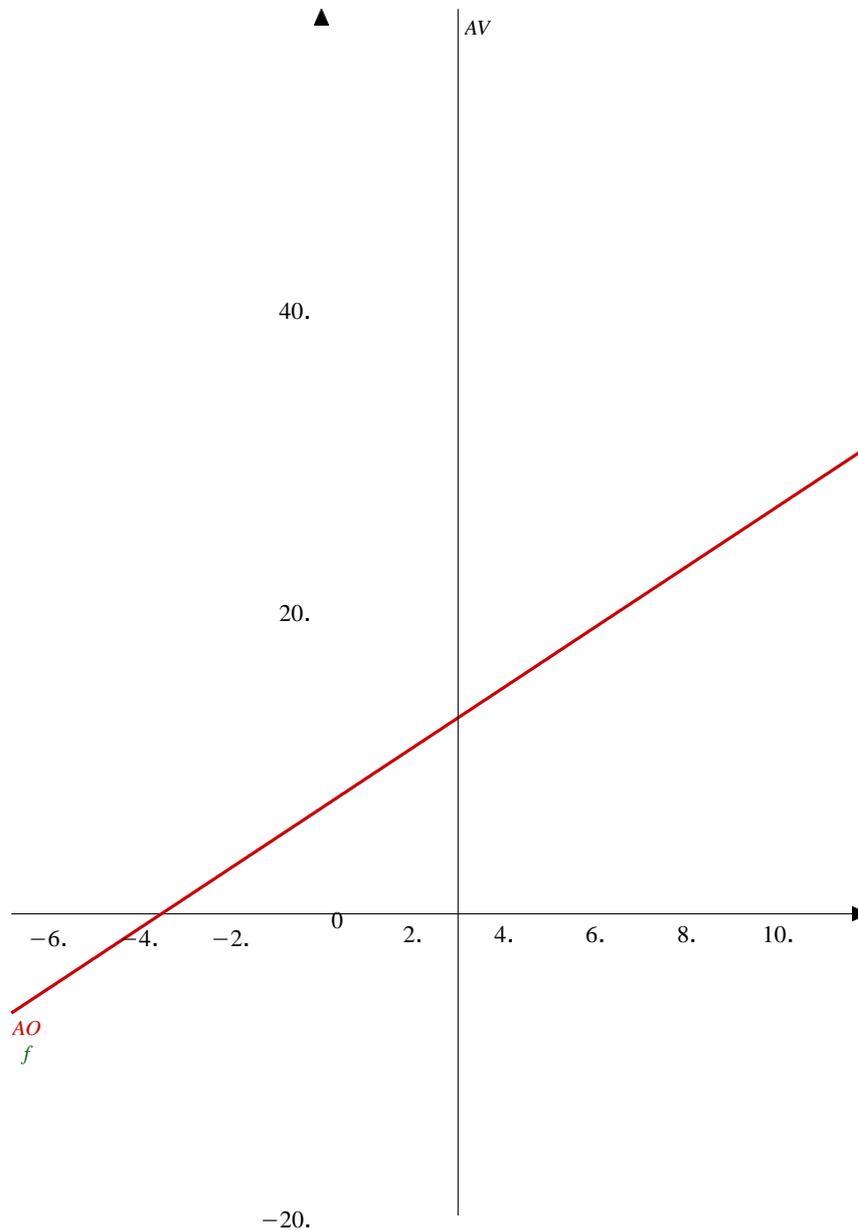
Conclusions : AV $\equiv x = 3$, pas d'asymptote horizontale et AO $\equiv y = 2x + 7$.

2)

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(4x+1)(x-3) - 2x^2 - x + 3}{(x-3)^2} = \frac{2x^2 - 12x}{(x-3)^2} \\ f''(x) &= \frac{(4x-12)(x-3)^2 - (2x^2 - 12x)2(x-3)}{(x-3)^4} = \frac{(4x-12)(x-3) - (4x^2 - 24x)}{(x-3)^3} = \frac{36}{(x-3)^3} \end{aligned}$$

Les candidats à un extremum sont $x = 0$ ou $x = 6$. Puisque $f''(0) < 0$, le premier est un maximum local et puisque $f''(6) > 0$, le second est un minimum local. Pas de point d'inflexion.

- 3) Représentation graphique :



Question III (4 points)

Soit la fonction f de deux variables définie par $f(x, y) = 2 \ln(xy) - 4x^2 - y^2$.

- 1) (2 points) Déterminer les quatre candidats à un extremum pour la fonction $f(x, y)$.
- 2) (1 point) Vérifier parmi ces quatre candidats lesquels font partie du domaine de définition.
- 3) (1 point) Grâce aux conditions du second ordre, déterminer la nature du(des) candidat(s) identifiés au point précédent.
- 4) (Bonus de 0,5 point) La fonction dispose-t-elle d'un extremum global ?

Corrigé :

1)

$$f'_x(x, y) = \frac{2}{x} - 8x$$

$$f'_y(x, y) = \frac{2}{y} - 2y$$

les deux équations s'annulent simultanément aux points $(1/2, 1)$, $(-1/2, 1)$, $(1/2, -1)$ et $(-1/2, -1)$.

- 2) $f(x, y)$ est définie sur $\mathbb{R}^*_+ \cup \mathbb{R}^*_-$ donc les points $(-1/2, 1)$ et $(1/2, -1)$ ne font pas partie du domaine de définition. En effet, en ces points, le $2 \ln(xy)$ n'est pas défini.

3)

$$\begin{aligned} f_{11}(x, y) &= -\frac{2}{x^2} - 8 = \frac{-2 - 8x^2}{x^2} \\ f_{22}(x, y) &= -\frac{2}{y^2} - 2 = \frac{-2 - 2y^2}{y^2} \\ f_{12}''(x, y) &= 0 = f_{21}''(x, y) \end{aligned}$$

On remarque que $f_{11}''(x, y) < 0$ et $f_{22}''(x, y) < 0$ quel que soit le point (x, y) du domaine de définition. Ainsi, $f_{11}''(1/2, 1) = -16$ et $f_{22}''(1/2, 1) = -10$ donc $f_{11}''(1/2, 1) \times f_{22}''(1/2, 1) > (f_{11}''(1/2, 1))^2 = 0$. On retrouve les mêmes résultats pour le point $(-1/2, -1)$. Ces deux points sont donc bien des extrema. Puisque $f_{11}''(x, y) < 0$ pour ces deux points, il s'agit de maxima locaux.

4) La valeur prise par la fonction aux deux points extrêmes identifiés est identique. Donc, aucun des deux n'est un extremum global.

NB : Ne seront pris en compte que les résultats pour lesquels la démarche est explicitée, c'est-à-dire pour lesquels vous donnez la formule utilisée (ou la définition de la notion utilisée) et vous détaillez les calculs. Répondre précisément et avec soin à chacune des questions vous permet donc d'améliorer votre total de points.

Les résultats seront fournis avec une décimale.

Exercice 1 (6 points)

Soit le tableau suivant des quantités et des prix de 3 biens X, Y, Z sur 3 ans (certaines données sont masquées) :

	A	B	C	D	E	F	G
1		Année 0		Année 1		Année 2	
2		Prix	Quantité	Prix	Quantité	Prix	Quantité
3	Bien X	50		60		80	
4	Bien Y	30		36		42	
5	Bien Z	90		70		50	
6	Coefficient budgétaire de X	0,22		0,21		0,26	
7	Coefficient budgétaire de Y	0,33		0,36		0,35	
8	Coefficient budgétaire de Z						
9	$L_{1/0}(p)$	101,0					

- (1 point) Donnez une formule Excel à inscrire en B6 pour calculer le coefficient budgétaire du bien X l'année 0.
- (1 point) Comment cette formule est-elle transformée si on la recopie en B7 ? Comment faut-il alors modifier la formule entrée en B6 pour qu'elle soit recopiable en B7 et B8 (c'est-à-dire qu'elle fournisse le résultat attendu) ?
- (2 points) Quels indicateurs calculent les formules
 - $=100 * \text{SOMMEPROD}(B3:B5;G3:G5)/(B3*C3+B4*C4+B5*C5)$?
 - $=100 * ((D6*F3/D3)+(D7*F4/D4)+(D8*F5/D5))$?
- (1 point) Calculez le Laspeyres des prix $L_{2/1}(p)$.
- (1 point) Calculez $LC_{2/0}(p)$, l'indice chaîne de Laspeyres des prix.

Exercice 2 (8 points)

Soit le tableau ci-dessous d'une population de salariés selon le salaire mensuel moyen en milliers d'euros.

	A	B	C	D	E	F
1	Classe de salaire, i	[1,2;2,3[[2,3;3,0[[3,0;3,7[[3,7;6,0[Total
2	Centre de la classe, x_i					
3	Effectifs, n_i	50	30	20	20	120
4	Masse salariale, $n_i \times x_i$					
5	Fréquence, f_i					
6	Largeur de la classe					
7	Densité d'effectif					
8	Effectifs cumulés					
9						

- (1 point) Quelle formule Excel destinée à être recopiée à droite doit-on inscrire dans la cellule B5 pour obtenir les fréquences f_i ?
- (2 points) Représentez graphiquement la distribution (histogramme) et la distribution cumulée (courbe des fréquences cumulées). Vous présenterez préalablement tous les calculs nécessaires.
- (2 points) Calculez le salaire moyen et le salaire médian.
- (1 point) Quelle est la fraction de la population qui gagne moins de 60% du salaire médian ?
- (2 points) Comment pourrait-on procéder pour calculer le coefficient de Gini de la distribution considérée ? Indiquez les calculs qui devraient être faits et à quoi ils serviraient (NB : il n'est pas demandé de faire ces calculs). Sur quoi renseigne le coefficient de Gini ?

Exercice 3 (6 points)

Le tableau suivant fournit le taux de variation trimestriel du PIB en France pour 2014 et 2015. Les cinq premières valeurs sont des valeurs effectives, les suivantes (i.e. taux pour les trimestres 2 à 4 de 2015) sont des prévisions.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Année	2013	2014				2015			
2	Trimestre t	T4	T1	T2	T3	T4	T1	T2	T3	T4
3	Taux de variation (%)		-0,2	-0,1	0,2	0	0,6	0,3	0,3	0,4
4	$r_{t/t-1}$									
5	$I_{t/T4-2013}$	100			99,9		100,5		101,1	101,5

Le taux de variation est mesuré en %.

$r_{t/t-1}$ est le coefficient multiplicateur permettant de passer du niveau de PIB en t-1 au niveau du PIB en t.

- (1 point) Calculez le taux de variation trimestriel moyen du PIB pour 2014 et 2015 (prévision).
- (1 point) Donnez la formule Excel à inscrire dans la cellule C5, et destinée à être recopiée à droite, pour obtenir les indices du PIB pour les différents trimestres, base 100 au 4^{ème} trimestre 2013 (notés $I_{t/T4-2013}$, dernière ligne du tableau).
- (1 point) Calculez les valeurs manquantes des indices $I_{t/T4-2013}$.
- (1,5 point) Calculez le taux annuel moyen de croissance du PIB prévu entre 2014 et 2015. Justifiez le mode de calcul utilisé.
- (1,5 point) Suggérez deux méthodes de prévision susceptibles d'être utilisées pour prévoir le niveau du PIB aux T2, T3 et T4 2015.

Exercice 1 (6 points)

Soit le tableau suivant des quantités et des prix de 3 biens X, Y, Z sur 3 ans (certaines données sont masquées) :

	A	B	C	D	E	F	G
1		Année 0		Année 1		Année 2	
2		Prix	Quantité	Prix	Quantité	Prix	Quantité
3	Bien X	50		60		80	
4	Bien Y	30		36		42	
5	Bien Z	90		70		50	
6	Coefficient budgétaire de X	0,22		0,21		0,26	
7	Coefficient budgétaire de Y	0,33		0,36		0,35	
8	Coefficient budgétaire de Z						
9	$L_{1/0}(p)$	101,0					

- (1 point) Donnez une formule Excel à inscrire en B6 pour calculer le coefficient budgétaire du bien X l'année 0.
 $=B3*C3/SOMMEPROD(B3:B5;C3:C5)$
- (1 point) Comment cette formule est-elle transformée si on la recopie en B7 ? Comment faut-il alors modifier la formule entrée en B6 pour qu'elle soit recopiable en B7 et B8 (c'est-à-dire qu'elle fournisse le résultat attendu) ?
 Recopiée en B7, la formule devient $=B4*C4/SOMMEPROD(B4:B6;C4:C6)$. Pour qu'elle soit recopiable en B7 et B8 pour donner les coefficients budgétaires des biens Y et Z en 0, il faut bloquer le dénominateur. On entrera donc en B6 = $B3*C3/SOMMEPROD(B\$3:B\$5;C\$3:C\$5)$.
- (2 points) Quels indicateurs calculent les formules
a) $=100*SOMMEPROD(B3:B5;G3:G5)/(B3*C3+B4*C4+B5*C5)$?
 Cette formule fait le rapport ($\times 100$) entre les prix en 0 multipliés par les quantités en 2 et les prix en 0 multipliés par les quantités en 0. Elle calcule donc le Laspeyres des quantités en 2 base 100 en 0, $L_{2/0}(q)$.
b) $=100*((D6*F3/D3)+(D7*F4/D4)+(D8*F5/D5))$?
 Cette formule multiplie le coefficient budgétaire de chaque bien en 1 (colonne Di, pour $i=6$ à 8) par l'indice de prix de ce bien en 2 base 100 en 1 ($100*Fi/Di$, pour $i=3$ à 5). Elle calcule donc le Laspeyres des prix en 2 base 100 en 1, $L_{2/1}(p)$.
- (1 point) Calculez le Laspeyres des prix $L_{2/1}(p)$.
 On utilise la formule donnée en 3b. Pour faire le calcul, il nous manque le coefficient budgétaire du bien Z en 1. Ce dernier se déduit des données du tableau, sachant que la somme des coefficients budgétaires est égale à 1. On a alors $L_{2/1}(p) = 100 \times (0,21 \times 80/60 + 0,36 \times 42/36 + 0,43 \times 50/70) = 100,7$.
- (1 point) Calculez $LC_{2/0}(p)$, l'indice chaîne de Laspeyres des prix.
 $LC_{2/0}(p) = L_{2/1}(p) \times L_{1/0}(p) / 100 = 100,7 \times 101,0 / 100 = 101,7$
 NB : La valeur de $L_{1/0}(p)$ est donnée dans le tableau.

Exercice 2 (8 points)

Soit le tableau ci-dessous d'une population de salariés selon le salaire mensuel moyen en milliers d'euros.

	A	B	C	D	E	F
1	Classe de salaire, i	[1,2;2,3[[2,3;3,0[[3,0;3,7[[3,7;6,0[Total
2	Centre de la classe, x_i					
3	Effectifs, n_i	50	30	20	20	120
4	Masse salariale, $n_i \times x_i$					
5	Fréquence, f_i					
6	Largeur de la classe					
7	Densité d'effectif					
8	Effectifs cumulés					
9						

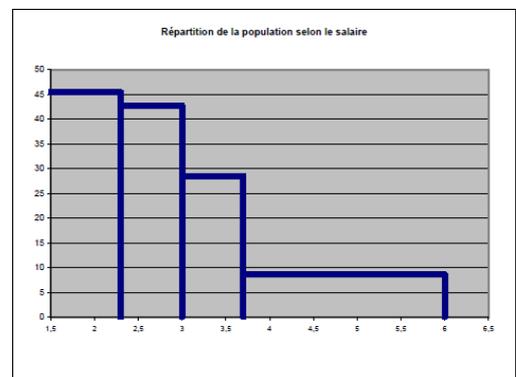
1. (1 point) Quelle formule Excel destinée à être recopiée à droite doit-on inscrire dans la cellule B5 pour obtenir les fréquences f_i ?

=B3/\$F3 puis format %

2. (2 points) Représentez graphiquement la distribution (histogramme) et la distribution cumulée (courbe des fréquences cumulées). Vous présenterez préalablement tous les calculs nécessaires.

Pour représenter l'histogramme, étant donné que les classes n'ont pas toutes la même amplitude (voir ligne 6 du tableau ci-dessous), il faut rectifier les effectifs (ou les fréquences) ; on associera à chaque classe sa densité d'effectif (ou sa densité de fréquence) : n_i/a_i (ou f_i/a_i) avec a_i : largeur de la classe i . On a calculé ici les densités d'effectif - voir ligne 7 du tableau.

	A	B	C	D	E	F
1	Classe de salaire	[1,2;2,3[[2,3;3,0[[3,0;3,7[[3,7;6,0[Total
2	Centre de classe x_i	1,75	2,65	3,35	4,85	
3	Effectif n_i	50	30	20	20	120
4	Masse salariale $n_i \cdot x_i$	87,5	79,5	67,0	97,0	331,0
5	Fréquence f_i	41,7%	25,0%	16,7%	16,7%	100,0%
6	Largeur de classe	1,1	0,7	0,7	2,3	
7	Densité d'effectif	45,5	42,9	28,6	8,7	
8	Effectifs cumulés	50	80	100	120	
9	Fréquences cumulées	41,7%	66,7%	83,3%	100,0%	



Pour représenter la distribution cumulée, on associe à chaque extrémité supérieure de classe l'effectif (ou la fréquence) cumulé(e) jusqu'à cette extrémité - voir lignes 8 et 9 du tableau.

On a représenté ici les effectifs cumulés. Le graphique est évidemment le même avec les fréquences cumulées.

3. (2 points) Calculez le salaire moyen et le salaire médian.

Salaire moyen = $\sum n_i x_i / N = 331 / 120 = 2,7$ K€

Le salaire médian est la valeur du salaire qui partage l'ensemble des salariés en deux sous-ensembles de même effectif. Il correspond à un effectif de 60 (ou une fréquence cumulée de 50%) et appartient donc à la 2^{ème} classe. En supposant une distribution uniforme des salariés à l'intérieur de cette classe, on trouve :

$Me = 2,3 + 0,7(60 - 50) / 30 = 2,5$ K€.

4. (1 point) Quelle est la fraction de la population qui gagne moins de 60% du salaire médian ?

60% du salaire médian = $0,6 \times 2,5 = 1,5$ K€. Cette valeur appartient à la 1^{ère} classe. Sous l'hypothèse de distribution uniforme des salariés à l'intérieur de la classe, il y a $50 \times (1,5 - 1,2) / 1,1 = 13,6$ salariés qui gagnent moins de 1,5 K€, soit $13,6 / 120 = 11,3$ % des salariés.

5. (2 points) Comment pourrait-on procéder pour calculer le coefficient de Gini de la distribution considérée ? Indiquez les calculs qui devraient être faits et à quoi ils serviraient (NB : il n'est pas demandé de faire ces calculs). Sur quoi renseigne le coefficient de Gini ?

On trace la courbe de Lorenz qui, à chaque fréquence cumulée, associe la fréquence cumulée de la masse salariale correspondante. Le coefficient de Gini se détermine à partir de la surface située entre la 1^{ère} diagonale et cette courbe. Il renseigne sur la concentration de la distribution. Plus il est élevé, plus la distribution est concentrée.

Exercice 3 (6 points)

Le tableau suivant fournit le taux de variation trimestriel du PIB en France pour 2014 et 2015. Les cinq premières valeurs sont des valeurs effectives, les suivantes (i.e. taux pour les trimestres 2 à 4 de 2015) sont des prévisions.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Année	2013	2014				2015			
2	Trimestre t	T4	T1	T2	T3	T4	T1	T2	T3	T4
3	Taux de variation (%)		-0,2	-0,1	0,2	0	0,6	0,3	0,3	0,4
4	$r_{t/t-1}$									
5	$I_{t/T4-2013}$	100			99,9		100,5		101,1	101,5

Le taux de variation est mesuré en %.

$r_{t/t-1}$ est le coefficient multiplicateur permettant de passer du niveau de PIB en t-1 au niveau du PIB en t.

1. (1 point) Calculez le taux de variation trimestriel moyen du PIB pour 2014 et 2015 (prévision).

On commence par calculer les coefficients multiplicateurs : $r_{t/t-1} = 1 + v_t/v_{t-1}$ (ligne 4 du tableau). Pour chaque année, le taux de variation trimestriel moyen s'obtient en prenant la racine 4^{ème} du produit des multiplicateurs -1.

Pour 2014, on obtient ~~0,00%~~ $= \sqrt[4]{0,998 \times 0,999 \times 1,002 \times 1} - 1 = -0,03\%$

Pour 2015, ~~0,00%~~ $= \sqrt[4]{1,006 \times 1,003 \times 1,003 \times 1,004} - 1 = 0,4\%$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Année	2013	2014				2015			
2	Trimestre t	T4	T1	T2	T3	T4	T1	T2	T3	T4
3	Taux de variation (%)		-0,2	-0,1	0,2	0	0,6	0,3	0,3	0,4
4	$r_{t/t-1}$		0,998	0,999	1,002	1	1,006	1,003	1,003	1,004
5	$I_{t/T4-2013}$	100	99,8	99,7	99,9	99,9	100,5	100,8	101,1	101,5

2. (1 point) Donnez la formule Excel à inscrire dans la cellule C5, et destinée à être recopiée à droite, pour obtenir les indices du PIB pour les différents trimestres, base 100 au 4^{ème} trimestre 2013 (notés $I_{t/T4-2013}$, dernière ligne du tableau).

= B5*C4

3. (1 point) Calculez les valeurs manquantes des indices $I_{t/T4-2013}$.

Voir ligne 5 du tableau.

4. (1,5 point) Calculez le taux annuel moyen de croissance du PIB prévu entre 2014 et 2015. Justifiez le mode de calcul utilisé.

Le PIB est une variable de flux. Le calcul approprié dans ce cas est un calcul en moyenne annuelle. Le taux annuel moyen de croissance du PIB s'obtient alors en rapportant le PIB trimestriel moyen de 2015 à celui de 2014. On utilise les valeurs trimestrielles de l'indice calculées à la question précédente.

~~0,00%~~ $= (100,5 + 100,8 + 101,1 + 101,5) / (99,8 + 99,7 + 99,9 + 99,9) - 1 = 1,2\%$

5. (1,5 point) Suggérez deux méthodes de prévision susceptibles d'être utilisées pour prévoir le niveau du PIB aux T2, T3 et T4 2015.

En disposant des données de PIB sur les années antérieures, on peut utiliser la méthode des moyennes mobiles ou procéder à un ajustement paramétrique de tendance pour établir ces prévisions.

Examen du vendredi 6 janvier 2017

Les calculatrices, quel qu'en soit le type, ne sont pas autorisées

NB : Ne seront pris en compte que les résultats pour lesquels la démarche est explicitée, c'est-à-dire pour lesquels vous définissez la notion utilisée et/ou donnez la formule utilisée et/ou détaillez les calculs. Répondre précisément et avec soin à chacune des questions vous permet donc d'améliorer votre total de points.

Les résultats seront fournis avec une décimale.

Exercice 1 (6 points)

Le tableau ci-contre reporte la valeur en euros de certains déciles de revenus annuels salariaux et d'allocations chômage en France en 2014 (source : INSEE).

Déciles	2014
2 ^{ème} décile, D2	10 000
4 ^{ème} décile, D4	17 000
6 ^{ème} décile, D6	21 000
8 ^{ème} décile, D8	29 000

- (0,5 point) Définissez le terme de décile. Que représente par exemple le 4^{ème} décile ?
- (1,5 point) En supposant que le revenu annuel maximal soit de 50 000 euros et le revenu minimum de 0 euro, représentez la fonction de répartition (dite aussi distribution cumulée) des revenus salariaux et des allocations chômage en France en 2014.
- (2 points) Proposez une approximation linéaire de la médiane. Explicitiez votre démarche, le principe de l'approximation linéaire et détaillez la formule que vous utilisez. Calculez cette médiane.
- (1 point) Imaginons que nous connaissions la variance des revenus en 2008 et en 2014. Cet indicateur est-il un bon outil pour évaluer l'évolution des inégalités entre ces deux années ? Argumentez votre réponse.
- (1 point) Entre 2008 et 2014, le rapport entre le 9^{ème} décile et le 1^{er} décile (rapport D9/D1) est passé de 6,9 à 7,5. Comment peut-on interpréter cette évolution ?

Exercice 2 (7 points)

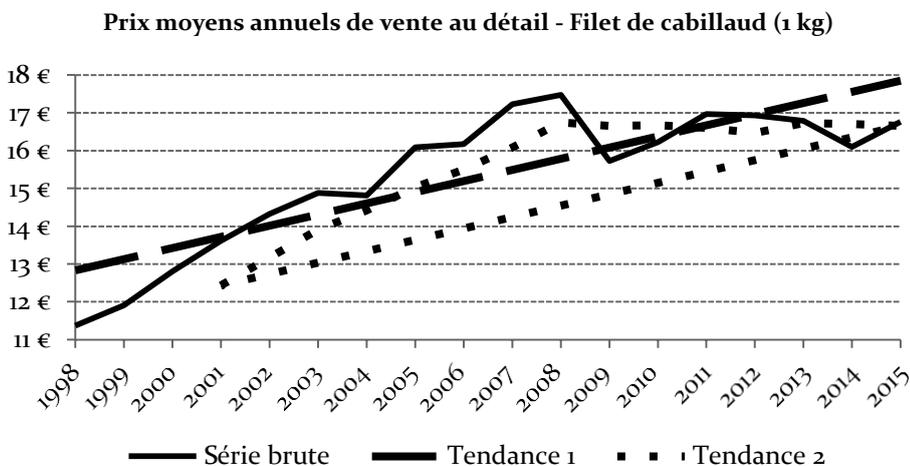
On s'intéresse à l'indice mensuel des prix à la consommation publié par l'INSEE en novembre 2015 et 2016 et à sa décomposition en groupes de biens et services.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Indice mensuel des prix à la consommation de l'ensemble des ménages, France						
2	Base 100 : année 2015						
3							
4				Indice prix			
5	Désignations des regroupements			Pondérations 2016	Pondérations 2015	nov.	nov.
6						2016	2015
7	00	Ensemble		10000	10000	100,35	99,82
8	01	Produits alim et boissons non alcoolisées		1425	1494	100,57	100,34
9	02	Boissons alcoolisées, tabac et stupéfiants		385	367	100,59	100,17
10	03	Articles d'habillement et chaussures		429	452	104,53	104,32
11	04	Logement, eau, gaz, électricité et autres comb.		1399	1488	100,33	99,89
12	05	Meubles, articles ménagers et entretien du foyer		537	578	99,90	100,24
13	06	Santé		1093	1012	98,41	99,32
14	07	Transports		1479	1495	99,31	98,27
15	08	Communications		288	257	100,81	99,77
16	09	Loisirs et culture		897	794	100,49	100,01
17	10	Enseignement		4	23	102,12	100,66
18	11	Restaurants et hôtels		733	757	100,94	98,53
19	12	Biens et services divers		1331	1283	101,16	100,22

- (0,5 point) A quoi correspondent les pondérations ?
- (1,5 point) Donnez la formule Excel à entrer en F7 pour obtenir l'indice des prix à la consommation de l'ensemble des biens et services en novembre 2016. Indiquez ce que devient cette formule quand elle est recopiée une cellule à droite. Permet-elle alors d'obtenir l'indice de novembre 2015 ? Si non, modifiez la formule initiale pour que ce soit le cas.
- (1,5 point) Donnez la formule numérique du taux de variation des prix de l'ensemble des biens et services entre novembre 2015 et novembre 2016. Quel type de variation ce taux mesure-t-il ? De quelle autre façon la variation annuelle des prix aurait-elle pu être calculée (si l'on disposait des données nécessaires) ? Quel mode de calcul est le plus approprié ici ? Pourquoi ?
- (1 point) Que permet de calculer la formule Excel suivante :
=SOMMEPROD(E8:E19;F8:F19)/SOMMEPROD(E8:E19;G8:G19) ?
- (1 point) Que permet de calculer la formule Excel suivante :
=SOMMEPROD(D8:D19;F8:F19)/SOMMEPROD(E8:E19;F8:F19) ?
- (0,5 point) Sachant que la première de ces deux formules donne 1,0054 et la seconde 0,9998, que peut-on dire de l'évolution des prix entre novembre 15 et novembre 16 ?
- (1 point) Que devient la formule =D13/SOMME(D\$13:D\$17) quand elle est recopiée deux cellules vers le bas et une cellule vers la droite ?

Exercice 3 (7 points)

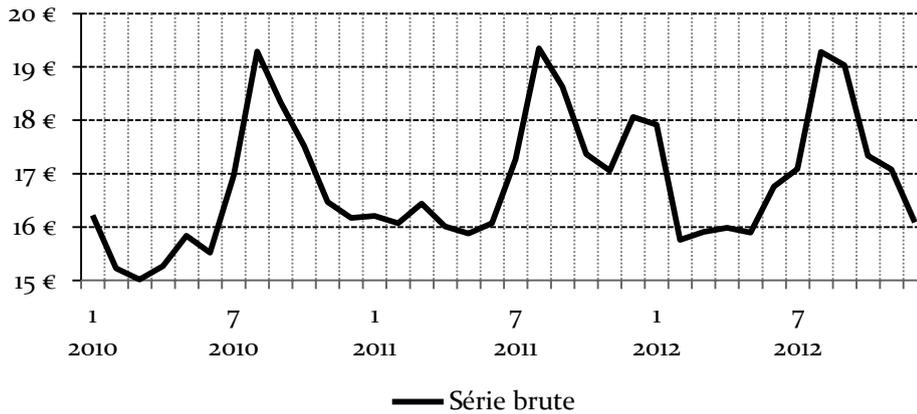
Le graphique ci-dessous décrit le prix (en € courants) d'un kg de filet de cabillaud en France de 1998 à 2015 en moyenne par année (série brute).



- (1,5 point) Le graphique fait apparaître deux tendances, qui sont calculées avec deux techniques différentes : celle des moyennes mobiles et celle des moindres carrés ou de la tendance linéaire. Rappelez brièvement le principe de ces deux méthodes.
- (1 point) Sur le graphique ci-dessus, identifiez pour chacune des deux tendances (Tendance 1 et Tendance 2) la technique utilisée en justifiant votre réponse.
- (0,5 point) Quel argument pourriez-vous avancer pour contester la pertinence du calcul d'une tendance sur l'ensemble de la période 1998-2015 ?

Le nouveau graphique ci-dessous représente la même série en données mensuelles, soit le prix (en € courants) d'un kg de filet de cabillaud en France de janvier 2010 à décembre 2012 en moyenne par mois numéroté de 1 (janvier) à 12 (décembre) (série brute).

Prix moyens mensuels de vente au détail - Filet de cabillaud (1 kg)



4. (1 point) Comment pouvez-vous décomposer la série ? Comment caractérisez-vous la tendance sur les 3 années considérées ?

K159		fx				=MOYENNE(K147:K158)
	G	H	I	J	K	L
146	Mois	2010	2011	2012	Moyenne par mois	
147	1	16,22	16,21	17,92	16,78	
148	2	15,23	16,07	15,76	15,69	
149	3	15,02	16,44	15,91	15,79	
150	4	15,27	16,01	15,99	15,76	
151	5	15,84	15,88	15,9	15,87	
152	6	15,52	16,07	16,76	16,12	
153	7	16,97	17,27	17,09	17,11	
154	8	19,29	19,35	19,28	19,31	
155	9	18,33	18,63	19,03	18,66	
156	10	17,52	17,37	17,34	17,41	
157	11	16,47	17,06	17,08	16,87	
158	12	16,17	18,06	16,09	16,77	
159	Moyenne par année	16,49	17,04	17,01	16,85	

Le tableau Excel ci-dessus fournit les données du graphique précédent décomposées par année et par mois, ainsi que les moyennes par année et par mois.

- (1 point) Quelle est la signification de la cellule K159 ? En quoi peut-elle renseigner sur la tendance ?
- (0,5 point) Comment le tableau précédent permet-il de calculer des effets saisonniers ?
- (1 point) Interrogé en décembre 2012, un analyste des pêches prévoit que le prix du kg de filet de cabillaud en août 2013 sera de 19,31 €. Justifiez sa démarche.
- (0,5 point) Le véritable prix en août 2013 est de 18,21€. A quelle composante doit-on attribuer les 1,10€ d'erreur de prévision ?

Examen 1^{ère} session

Exercice 1 (6 points) – Corrigé

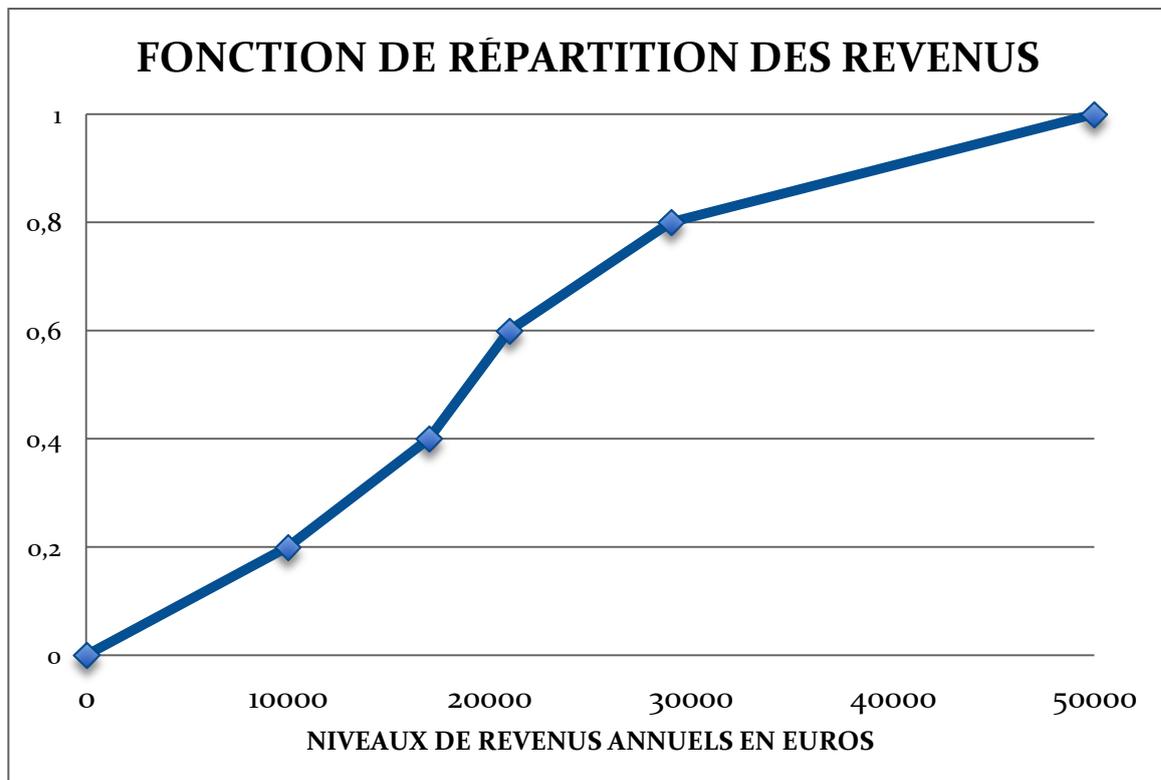
Le tableau ci-contre reporte la valeur en euros de certains déciles de revenus annuels salariaux et d'allocations chômage en France en 2014 (source : INSEE).

Déciles	2014
2 ^{ème} décile, D2	10 000
4 ^{ème} décile, D4	17 000
6 ^{ème} décile, D6	21 000
8 ^{ème} décile, D8	29 000

1. (0,5 point) Définissez le terme de décile. Que représente par exemple le 4^{ème} décile ?

Si on ordonne une distribution de salaires, les déciles sont les valeurs qui partagent cette distribution en dix parties égales. Le 4^{ème} décile représente la valeur telle que 40% des individus ont un salaire inférieur ou égale à elle.

2. (1,5 point) En supposant que le revenu annuel maximal soit de 50 000 euros et le revenu minimum de 0 euro, représentez la fonction de répartition (dite aussi distribution cumulée) des revenus salariaux et des allocations chômage en France en 2014.



3. (2 points) Proposez une approximation linéaire de la médiane. Explicitez votre démarche, le principe de l'approximation linéaire et détaillez la formule que vous utilisez. Calculez cette médiane.

La médiane correspond au revenu r tel que $F(r) = 0,5$ avec F la fonction de répartition. Elle correspond donc à D5 et se situe ainsi entre D4 et D6. On va supposer que les données sont réparties linéairement entre ces points. C'est équivalent, sur le graphique ci-dessus, à trouver le point sur la fonction où l'ordonnée est à 0,5.

On réalise le calcul suivant :

$$r = 17000 + (21000 - 17000) \times (0,5 - 0,4) / (0,6 - 0,4) = 17000 + (21000 - 17000) \times \frac{1}{2} = 19000 \text{ €}$$

Plus simplement, comme 50% se trouve au milieu du segment [40%-60%], la médiane (D5) se trouve au milieu du segment [D4-D6], i.e. au milieu de [17000, 21000], soit 19000 €.

4. (1 point) Imaginons que nous connaissions la variance des revenus en 2008 et en 2014. Cet indicateur est-il un bon outil pour évaluer l'évolution des inégalités entre ces deux années ? Argumentez votre réponse.

Le calcul de la variance est affecté par l'échelle des données. Formellement, la variance d'une variable que l'on multiplie par un facteur z est égale à la variance de cette variable multipliée par z au carré.

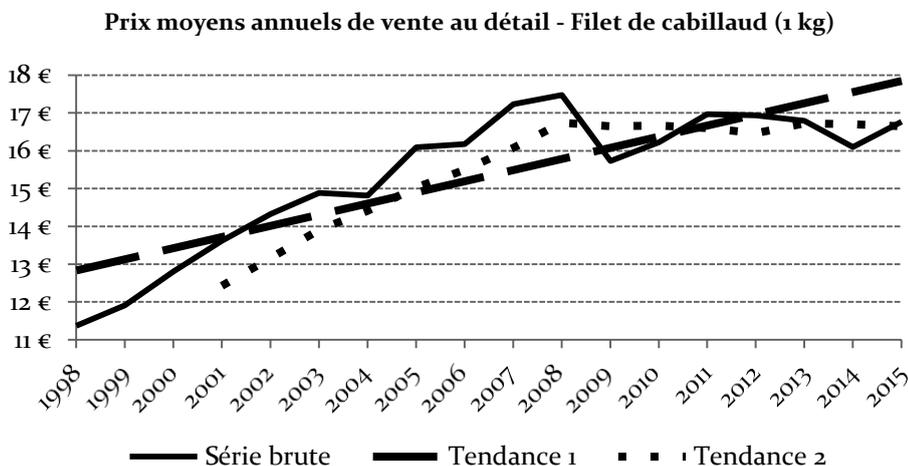
Si, entre les deux dates, les revenus ont globalement augmenté, la variance va augmenter sans que les inégalités n'aient été réellement affectées. Ce n'est donc pas un très bon outil.

5. (1 point) Entre 2008 et 2014, le rapport entre le 9^{ème} décile et le 1^{er} décile (rapport D9/D1) est passé de 6,9 à 7,5. Comment peut-on interpréter cette évolution ?

Le rapport inter-décile n'est pas affecté par un effet d'échelle. Si D9/D1 a augmenté, c'est que l'écart entre les revenus en haut et en bas de la distribution s'est accru entre ces deux dates et que les inégalités ont donc augmenté.

Exercice 3 (7 points) – Corrigé

Le graphique ci-dessous décrit le prix (en € courants) d'un kg de filet de cabillaud en France de 1998 à 2015 en moyenne par année (série brute).



1. (1,5 point) Le graphique fait apparaître deux tendances, qui sont calculées avec deux techniques différentes : celle des moyennes mobiles et celle des moindres carrés ou de la tendance linéaire. Rappelez brièvement le principe de ces deux méthodes.

R : La moyenne mobile consiste à effectuer une moyenne arithmétique (éventuellement équipondérée) sur des observations successives (le nombre d'observations est l'ordre de la moyenne mobile). La moyenne mobile « lisse » ainsi les évolutions de la série et permet d'en identifier la tendance, qui s'adapte aux évolutions.

La tendance linéaire ou des moindres carrés s'écrit « $a + b \times t$ » consiste à déterminer une fonction linéaire du temps, qui s'ajuste à la série, c'est-à-dire dont les coefficients « a » et « b » sont obtenus en minimisant la somme des carrés des écarts entre la droite et les observations.

2. (1 point) Sur le graphique ci-dessus, identifiez pour chacune des deux tendances (Tendance 1 et Tendance 2) la technique utilisée en justifiant votre réponse.

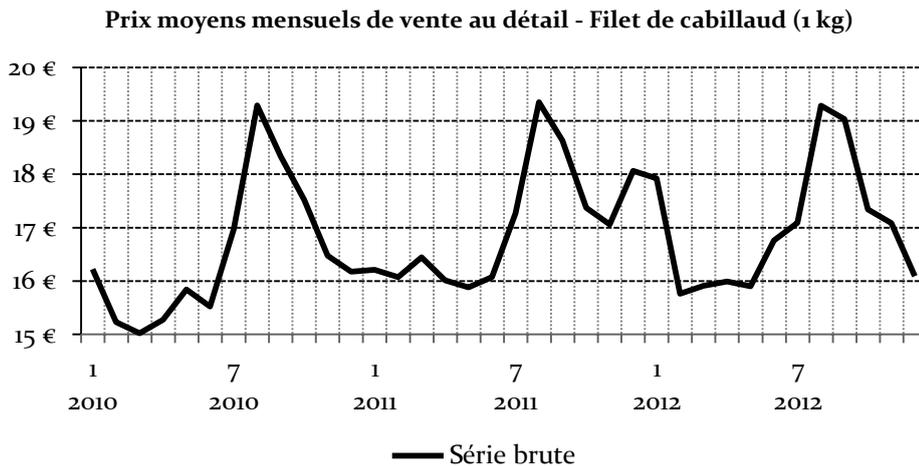
R : La Tendance 1 est celle des moindres carrés car il s'agit d'une droite, c'est-à-dire une fonction linéaire. Elle est calculée sur l'ensemble des valeurs.

La Tendance 2 est donc la moyenne mobile. Remarquons qu'elle « s'adapte » à l'évolution de la série avec un peu de retard, puisqu'elle est calculée avec les valeurs passées, présentes et futures des observations. C'est aussi la raison pour laquelle elle n'est pas calculée pour les 3 premières observations (moyenne mobile d'ordre 4).

3. (0,5 point) Quel argument pourriez-vous avancer pour contester la pertinence du calcul d'une tendance sur l'ensemble de la période 1998-2015 ?

R : L'examen de la série fait apparaître deux sous-périodes 1998-2007 puis 2008-2015. La première sous-période est caractérisée par une croissance continue, alors que le prix ne croît plus ensuite. Il y a donc une rupture de tendance, ce qui rend inapproprié le calcul d'une unique tendance.

Le nouveau graphique ci-dessous représente la même série en données mensuelles, soit le prix (en € courants) d'un kg de filet de cabillaud en France de janvier 2010 à décembre 2012 en moyenne par mois numéroté de 1 (janvier) à 12 (décembre) (série brute).



4. (1 point) Comment pouvez-vous décomposer la série ? Comment caractérisez-vous la tendance sur les 3 années considérées ?

R : Une série temporelle peut se décomposer de manière additive (ou multiplicative) en une tendance, une composante saisonnière et une composante résiduelle ou cycle. Note de F. Fontaine : J'ai décomposé les choses de la manière suivante : une tendance, une composante cyclique et saisonnière (que l'on sous-décompose en composante saisonnière et cyclique) et la composante résiduelle.

L'examen visuel du graphique montre que la tendance est une constante : il n'y a globalement ni croissance, ni décroissance de la série.

K159		f _x =MOYENNE(K147:K158)				
	G	H	I	J	K	L
146	Mois	2010	2011	2012	Moyenne par mois	
147	1	16,22	16,21	17,92	16,78	
148	2	15,23	16,07	15,76	15,69	
149	3	15,02	16,44	15,91	15,79	
150	4	15,27	16,01	15,99	15,76	
151	5	15,84	15,88	15,9	15,87	
152	6	15,52	16,07	16,76	16,12	
153	7	16,97	17,27	17,09	17,11	
154	8	19,29	19,35	19,28	19,31	
155	9	18,33	18,63	19,03	18,66	
156	10	17,52	17,37	17,34	17,41	
157	11	16,47	17,06	17,08	16,87	
158	12	16,17	18,06	16,09	16,77	
159	Moyenne par année	16,49	17,04	17,01	16,85	

Le tableau Excel ci-dessus fournit les données du graphique précédent décomposées par année et par mois, ainsi que les moyennes par année et par mois.

5. (1 point) Quelle est la signification de la cellule K159 ? En quoi peut-elle renseigner sur la tendance ?

R : Selon la formule Excel, la cellule K159 est la moyenne des moyennes par mois. Compte tenu des propriétés de la moyenne, il s'agit donc de la moyenne des observations mensuelles entre janvier 2010 et décembre 2012.

La tendance étant constante, la moyenne sur toutes les observations en est une bonne estimation.

6. (0,5 point) Comment le tableau précédent permet-il de calculer des effets saisonniers ?

R : La tendance étant constante et égale à la moyenne, l'écart à cette moyenne rend compte de la saisonnalité et de la composante résiduelle. En classant les données par mois, on observe qu'il existe une saisonnalité. Sachant que la tendance est constante et égale à la moyenne, la saisonnalité est définie par l'écart saisonnier (ou le coefficient saisonnier) obtenu en effectuant la moyenne par mois et la moyenne sur toutes les observations (tendance).

7. (1 point) Interrogé en décembre 2012, un analyste des pêches prévoit que le prix du kg de filet de cabillaud en août 2013 sera de 19,31 €. Justifiez sa démarche.

R : La prévision est calculée en additionnant la tendance et la composante saisonnière. Pour le mois d'août 2012, la composante tendancielle est constante et égale à la moyenne, soit 16,85€ et la composante saisonnière d'août est $19,31 - 16,85 = + 2,46$ €. La prévision est donc : $16,85 + (19,31 - 16,85) = 19,31$ €.

8. (0,5 point) Le véritable prix en août 2013 est de 18,21€. A quelle composante doit-on attribuer les 1,10€ d'erreur de prévision ?

R : Par définition, l'erreur de prévision est l'écart entre l'observation et la somme des composantes tendancielle et saisonnière. Elle est donc la composante résiduelle ou cyclique.